TOME 17 N° 12 DÉCEMBRE 1956

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM

EFFET ZEEMAN DE LA STRUCTURE HYPERFINE DE LA RAIE 4 101 Å ($5\,^2P_{1/2} - 6\,S_{1/2}$) DE L'INDIUM

Par DEREK A. JACKSON,
Laboratoire Aimé-Cotton, C. N. R. S., Bellevue.

Sommaire. — La structure hyperfine de l'effet Zeeman de la raie 4 101 de l'indium I a été étudiée au moyen de l'absorption par un jet atomique dans un champ magnétique compris entre 5 800 et 8 500 gauss. L'appareil à haute résolution est un étalon double avec surface semi-réfléchissante multidiélectrique.

Dans tout le domaine de champ de 5 800 à 8 500 gauss il y a une remarquable similitude entre les structures des composantes π et les structures des composantes σ ; dans les deux cas il y a deux fortes composantes centrales assez larges séparées d'environ 260 mK pour le plus faible champ et d'environ 400 mK pour le champ le plus élevé, et deux groupes de 9 et 10 composantes respectivement, étalées sur un intervalle de l'ordre de 400 mK, les centres des groupes étant à une distance de 550 mK pour le plus faible et 600 mK pour le plus fort champ magnétique, des deux côtés des centres de la figure. Les différences entre les figures π et σ sont que les fortes composantes centrales du premier sont plus fortes et plus serrées, tandis que dans les groupes extérieurs résolus il y a un déplacement d'environ la moitié de la distance entre deux composantes adjacentes, et que les intensités des composantes π décroissent régulièrement avec leur distance à partir du centre, alors qu'une telle décroissance n'a pas été observée avec les composantes σ.

La similitude entre les composantes π et σ est en contraste frappant avec ce que l'on peut attendre dans un effet Paschen-Back complet de structure hyperfine, dans lequel on observerait seulement de fortes composantes centrales (groupes non résolus de 10 composantes très serrées) en polarisation π, et en polarisation σ, seulement deux groupes de 10 composantes plus largement séparées et étalées sur environ 600 mK. Les niveaux hyperfins d'effet Zeeman des deux termes donnant lieu à la raie 4 101 peuvent être calculés exactement au moyen de la mécanique quantique, et, en admettant un principe de sélection convenable, on trouve une structure dans laquelle les déplacements sont en accord très satisfaisant avec les valeurs déterminées expérimentalement.

Introduction. — La détermination expérimentale de l'effet Zeeman de structure hyperfine n'a été faite que sur les spectres d'un petit nombre d'éléments, lithium [1], sodium [2], potassium [3], césium [4], bismuth [5] et thallium [6]. Les recherches ont été restreintes, sauf pour le cas du bismuth, aux raies de résonance ; et, dans ce cas, pour toutes les raies, sauf deux, les largeurs instrumentales et les largeurs Doppler des raies n'étaient pas suffisamment petites pour résoudre les composantes de structure hyperfine et on observait seulement des groupes de composantes non résolues. De plus, sauf dans le cas du thallium, la résolution de l'effet Zeeman n'était possible que dans des champs magnétiques assez grands pour que la décomposition des termes en question soit notablement plus grande que la largeur de la structure hyperfine, c'est-à-dire dans le cas d'un effet Paschen-Back de structure hyperfine complet.

Notre connaissance expérimentale de l'effet Zeeman de structure hyperfine est donc très limitée, particulièrement en ce qui concerne l'effet Paschen-Back partiel, et il apparaît nécessaire de poursuivre les recherches dans ce domaine, malgré les difficultés expérimentales inhérentes à ce type de travail. La source lumineuse, fonctionnant dans le champ magnétique, doit donner des raies suffisamment fines pour permettre la résolution des composantes hyperfines très serrées de l'effet Zeeman ; sauf dans les cas du césium. du bismuth et du thallium, une réduction suffisante de la largeur Doppler ne peut être obtenue qu'au moyen d'un jet atomique. En outre, l'instrument spectral de haut pouvoir de résolution doit avoir une limite de résolution bien au-dessus de celle que peuvent donner les plus grands réseaux, de telle sorte qu'il est nécessaire d'utiliser un interféromètre de Fabry-Perot avec une distance relativement grande des lames.

Mais en raison de l'extension de la figure Zeeman sur un domaine de longueur d'onde assez grand, on ne peut pas utiliser un étalon simple de

grande séparation à cause de l'empiètement des ordres ; il est donc nécessaire d'utiliser un étalon double, le plus épais donnant le pouvoir de résolution cherché, et le plus mince donnant l'intervalle spectral libre nécessaire pour éviter l'empiètement des ordres successifs.

Dans la moitié la moins réfrangible du spectre visible, la haute réflectivité et la faible absorption des couches d'argent évaporé permettent de les utiliser sur un double étalon sans perte excessive de lumière due à l'absorption et avec une suppression suffisante des ordres indésirables de l'étalon le plus épais, même avec le rapport relativement élevé des épaisseurs des deux étalons nécessaires pour obtenir simultanément la haute résolution et le large domaine spectral libre ; par exemple, dans le cas des raies de résonance du lithium un rapport de 10 : 1 a été utilisé avec une suppression complète des maxima subsidiaires. Mais en dessous de 4 500 Å, l'absorption des couches d'argent

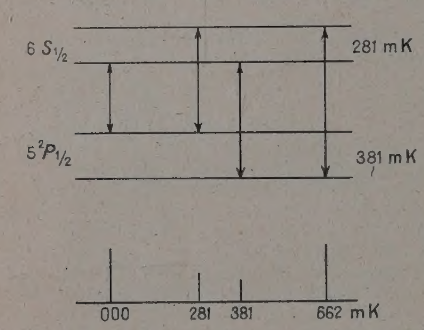


FIG. 1. — Structure hyperfine de la raie λ 4 101 Å ($5s^2\ 5p\ ^2P_{1/2}$ — $5s^2\ 6s\ S_{1/2}$) de l'indium.

(ou d'aluminium) de réflectivité suffisante pour supprimer les maxima subsidiaires devient si grande que les temps de pose, même avec des sources de haute intensité, deviennent très longs. Cependant, le développement des couches multi-diélectriques a permis de résoudre cette difficulté et le double étalon peut être utilisé facilement jusqu'à environ 4 000 Å, avec des couches multiples alternées de cryolithe et de sulfure de zinc ; l'étude de la structure hyperfine de l'effet Zeeman de la raie 4 101 Å de l'indium nécessitant une limite de résolution de 20 mK et un domaine spectral libre de 2 000 mK ne présente donc pas plus de difficulté du point de vue instrumental que les études du même genre dans le rouge ou le jaune avec un double étalon argenté.

Cette raie est homologue de la raie 3 777 Å du thallium ; les niveaux d'énergie de structure hyperfine sont représentés sur la figure 1. La structure hyperfine de l'effet Zeeman présente un intérêt particulier parce que les termes supérieurs et les termes inférieurs ont tous les deux des structures hyperfines assez larges pour permettre la résolution de la structure hyperfine de l'effet Zeeman des termes ; et dans le domaine de 6 000 à 9 000 gauss l'effet Paschen-Back des termes supérieurs $6S_{1/2}$ avec une structure hyperfine de 281 mK et un facteur g de 2 est complet, tandis que pour le terme inférieur $5\ ^2P_{1/2}$, avec une structure hyperfine de 381 mK et un facteur g faible de 2/3, l'effet Paschen-Back n'est pas atteint. De plus, le spin nucléaire I a la valeur élevée 9/2 et les termes sont décomposés dans le champ magnétique en 20 niveaux différents. Une étude expérimentale de la structure hyperfine de l'effet Zeeman de cette raie permettrait une comparaison très soigneuse des rapports d'intervalles avec les rapports calculés par la mécanique quantique et donnerait aussi des indications concernant les intensités relatives des différentes transitions possibles.

Conditions requises de la source lumineuse. — Si l'effet Paschen-Back de structure hyperfine de la raie 4 101 était bien complet, il y aurait en polarisation π deux groupes de 10 raies réparties uniformément sur une largeur de l'ordre de 70 mK, et en polarisation σ deux groupes similaires répartis sur une largeur d'approximativement 500 mK. En tenant compte de la séparation plus faible des composantes vers les bords extérieurs des groupes des limites de résolution de l'ordre de 5 et de 40 mK respectivement seraient nécessaires pour permettre une résolution complète de ces groupes. On ne peut pas espérer atteindre une largeur Doppler des composantes de cette raie, émise par l'arc à vide de Back, beaucoup plus faible que 100 mK. Avec une décharge en haute fréquence dans un gaz porteur, hélium ou néon, et une faible tension de vapeur de trichlorure d'indium, la température pourrait être abaissée jusqu'aux environs de 400 °K donnant une largeur Doppler de 35 mK, tout juste trop grande pour une bonne résolution des groupes les plus larges. Un tube à cathode creuse refroidi à l'eau donnerait, dans les conditions idéales, une largeur Doppler de 30 mK qui serait aussi à peine assez faible, même en l'absence d'élargissement dû au champ électrique assez fort nécessaire pour faire fonctionner une cathode creuse dans le champ magnétique.

Le jet atomique. — Pour obtenir une résolution satisfaisante, il est nécessaire d'avoir des raies dont la largeur n'excède guère la moitié de la plus petite séparation, c'est-à-dire environ 20 mK pour les groupes les plus larges ou 3 mK pour les groupes les plus serrés ; il était donc évident qu'il fallait employer un jet atomique. Un jet atomique d'indium fonctionne correctement entre 950 et 1 150 degrés, températures auxquelles les largeurs Doppler normales sont respectivement 60 et 65 mK. Un calcul exact [7], de la

distribution des vitesses dans un jet atomique idéal, a montré que la largeur des raies est réduite dans le rapport $0{,}42.d/l$, d/l étant le facteur de collimation, soit, dans le cas d'un jet formé par un tube, le rapport de la largeur du tube à sa longueur. Cependant cette formule est un peu dangereuse pour comparer la largeur effective d'une raie normale à celle d'une raie produite par un jet atomique, puisque le contour des deux types de raies est très différent ; la raie Doppler normale a un contour caractérisé par une chute d'intensité très rapide dans les ailes, tandis que le contour de la raie donnée par un jet atomique tombe relativement lentement dans cette région. En pratique, on obtient une bien meilleure comparaison des largeurs effectives au moyen de la formule $d/l.\delta\lambda$, où $\delta\lambda$ est la largeur Doppler normale. L'expérience a montré que cette formule donne une largeur égale à la distance minima à laquelle les raies sont séparées, quantité bien plus importante que la demi-largeur classique.

Dans ces conditions, un facteur de collimation de 1/4 doit permettre une résolution facile de raies distantes de 15 mK en supposant un élargissement négligeable par l'interféromètre, ou approximativement 20 mK en supposant la largeur instrumentale du même ordre de grandeur que la largeur de la raie. Cette collimation est donc tout à fait adéquate pour résoudre la structure des groupes les plus larges ; mais pour les groupes serrés, dans lesquels les distances des raies sont de l'ordre de 5 mK, il serait nécessaire d'utiliser une collimation de l'ordre de 1/12 ou, en tenant compte d'une largeur instrumentale comparable à la largeur de raie, environ 1/15. Des expériences préalables ont montré que l'absorption d'un jet atomique simple avec une collimation de 1/12 fonctionnant à la température la plus élevée est forte pour les composantes les plus fortes de la raie, et faible, mais adéquate, pour une mesure exacte de la plus faible composante dont l'intensité est d'environ 1/8e de l'intensité totale. Si la température et, de ce fait, la vitesse d'évaporation du métal, reste constante, l'intensité de l'absorption au centre de la raie est inversement proportionnelle au degré de collimation ; il apparaît donc que, avec un jet atomique simple ayant une collimation de 1/4 on pourrait observer des raies dont l'intensité soit 1/40 de l'intensité totale. C'est-à-dire que, à condition que les intensités des composantes individuelles des quatre groupes de dix raies soient comparables, l'absorption du jet serait suffisante pour l'observation de ces composantes. D'autre part, si on utilisait une collimation plus élevée pour résoudre la structure des groupes serrés l'absorption d'un jet atomique simple ne serait pas suffisante ; il faudrait au moins trois tubes, ou faire passer la lumière plusieurs fois à travers un jet simple. En outre, la difficulté d'utiliser un étalon double avec un domaine spectral de 2 000 mK et une limite de résolution de 5 mK serait très sérieuse.

Il fut donc décidé de ne pas chercher à résoudre la structure des groupes serrés ; une bonne résolution des groupes larges pourrait fournir les données nécessaires pour déterminer les niveaux d'énergie dans le champ magnétique et des raies suffisamment fines pourraient être obtenues avec une collimation de l'ordre de 1/4 permettant d'utiliser un jet atomique simple en absorption. Le tube de production du jet atomique fut calculé d'après les caractéristiques de l'électro-aimant. Les pièces polaires sont à sections circulaires, avec un diamètre de 6 cm ; avec un entrefer de 2 cm on peut obtenir des champs jusqu'à 10 000 gauss pendant des périodes prolongées, sans échauffement excessif des enroulements refroidis à l'air ; le champ est homogène à 1 % près dans tout le volume d'un cylindre de 2 cm de diamètre entre les pièces polaires. La construction du tube à jet atomique est très simple. Il est constitué par une croix formée de deux tubes de silice fondu de diamètre extérieur 19,5 mm et intérieur 18 mm. La partie horizontale de la croix constitue la chambre d'observation ; chaque bras s'étend à 10 cm du centre et est fermé par une glace de silice de qualité optique. Cette longueur des bras est nécessaire pour éviter l'obscurcissement des fenêtres par la dispersion du jet qui se produit aux hautes densités nécessaires pour obtenir une absorption suffisante. La partie verticale inférieure du tube a une longueur de 15 cm dont la moitié la plus basse peut être chauffée au moyen d'un four à résistance de platine placé en dessous de l'entrefer de l'électro-aimant.

Source lumineuse pour l'émission du fond. — Pour observer l'absorption du jet atomique il est nécessaire d'avoir une source lumineuse émettant la raie 4 101 Å avec une largeur non inférieure à 1 800 mK, largeur attendue de la figure Zeeman, et de préférence non supérieure à environ 2 000 mK, de façon à permettre l'emploi d'un double étalon de domaine spectral égal à 2 000 mK sans empiètement des ailes de la raie source dans les ordres adjacents. La meilleure méthode de production d'une telle raie serait probablement une excitation à haute fréquence dans un tube contenant du chlorure d'indium avec un gaz porteur (néon ou hélium), le tube étant placé dans un champ magnétique dont l'intensité varierait dans la direction de la ligne de visée d'environ 7 000 à 10 000 gauss, ou, dans le cas de l'observation photographique, un champ magnétique variant périodiquement dans ce domaine. Cela impliquerait l'utilisation d'un second électro-aimant et aussi d'un oscillateur très puissant pour produire la lumière avec une intensité suffisante pour éviter les longues poses. On peut éviter ces complications au moyen d'une source

beaucoup plus simple. En effet la raie 4 101 émise par un arc entre électrodes formées d'un alliage d'environ 97 % de laiton et 3 % d'indium et alimentées par un courant de 4 ampères a un profil suffisamment voisin du profil désiré. Le profil de la raie est très sensible à l'intensité du courant et aussi au temps de fonctionnement de l'arc. Un courant trop élevé donne des effets de renversement, la structure fine apparaissant comme un triplet renversé, les composantes 000 et 662 étant résolues, et les deux composantes centrales 281 et 381 confondues. Avec un courant trop faible l'ensemble n'est pas suffisamment large et la structure hyperfine se présente comme un triplet d'émission, et il y a une chute d'intensité au delà de 500 mK à partir du centre. Ces effets peuvent produire des erreurs systématiques dans les mesures de position des composantes de structure hyperfine en absorption ; si une raie d'absorption est mesurée sur un fond d'émission d'intensité non uniforme des déplacements de l'ordre du 1/3 de la largeur de la raie d'absorption peuvent se produire. Cependant cette source est très simple à utiliser, elle est tellement intense que de nombreuses photographies peuvent être prises dans différentes conditions de la distribution d'intensité, particulièrement au voisinage du centre de l'ensemble, et les effets de ces déplacements peuvent être contrôlés par comparaison des mesures obtenues sur différentes poses dans le même champ magnétique.

Le spectrographe et l'interféromètre. — La disposition de la source lumineuse, du jet atomique, de l'interféromètre et du spectrographe est représentée

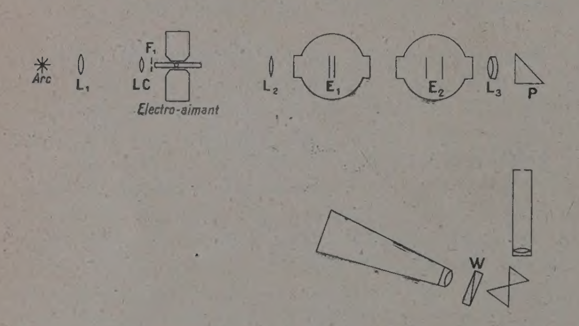


Fig. 2. — Appareil pour l'observation de l'effet Zeeman de structure hyperfine de λ 4 101 Å de l'indium.

sur la figure 2. Une image de l'arc agrandie environ 6 fois est formée par la lentille L_1, sur la fente F_1 (longueur 15 mm, largeur 3 mm), placée immédiatement devant la fenêtre d'entrée de la chambre d'observation du tube du jet atomique. La fente F_1 est au foyer de la lentille L_2, de 70 cm de distance focale, qui forme ainsi une image à l'infini de la fente éclairée par l'arc. Les deux étalons E_1 et E_2 sont placés dans des boîtes étanches et leur ensemble forme le double étalon ; la lentille de champ LC forme une image de la lentille L_1 sur la lentille L_2 assurant ainsi un éclairement uniforme sur toute la longueur de la fente, et permet en outre de corriger les petits défauts d'alignement. La lentille L_3 est un achromat de 50 cm de distance focale et forme une image de la fente F_1 et du système de franges sur la fente du spectrographe S_2 placée au foyer de l'achromat. Le prisme à réflexion totale P sert à réduire la longueur du montage. Le spectrographe est un appareil à deux prismes avec des lentilles achromatiques d'environ 40 cm de distance focale pour le collimateur et la chambre ; l'ouverture est F/10. La dispersion à 4 100 Å est d'environ 15 Å/mm, ce qui est suffisant pour séparer de plus d'un mm l'image de la raie 4 100 de l'indium de la raie du cuivre la plus voisine émise par l'arc à alliage laiton-indium. Le prisme de Wollaston W, placé entre le second prisme et la lentille de chambre, sépare les polarisations π et σ donnant ainsi deux images de chaque raie séparées d'environ 1 mm. L'une des deux est environ 3 fois plus intense que l'autre à cause de la perte de lumière par réflexion sur le prisme, plus grande en polarisation σ qu'en polarisation π. Pour photographier les composantes σ une lame demi-onde est placée entre le jet atomique et la fente du spectrographe, de façon à faire tourner le plan de polarisation de 90°, de telle sorte que la polarisation σ dans le champ magnétique se présente comme polarisation π devant le prisme.

Le système de double étalon est choisi de façon à avoir une limite de résolution comparable à la largeur des raies d'absorption donnée par le jet atomique. Dans ce but une séparation de 1 cm a été choisie pour l'étalon le plus épais et les plaques ont été recouvertes d'un revêtement multidiélectrique sulfure de zinc — cryolithe à 7 couches. La réflectivité de ces surfaces est comprise entre 0,95 et 0,96 ; la valeur théorique de la « finesse » correspondant à cette réflectivité est comprise entre $L = 60$ et $L = 75$, mais l'expérience montre qu'en utilisant une ouverture de 3 cm de diamètre, la valeur effective de la finesse est comprise entre 40 et 50, à cause des irrégularités de surface des lames et des défauts de réglage ; la limite de résolution correspondante est comprise entre 12 et 10 mK. L'étalon le moins épais a une séparation de 2,5 mm ou 1,66 mm, donnant un domaine spectral libre de 2 000 mK, ou 3 000 mK. Les lames sont recouvertes de couches multidiélectriques analogues, mais avec seulement 5 couches au lieu de 7. La réflectivité de ces surfaces est comprise entre 0,88 et 0,90. En supposant la plus faible de ces valeurs, l'intensité des maxima subsidiaires les plus forts avec l'étalon de 2,5 mm est approximativement 1 % de celle des maxima principaux, et par conséquent l'intensité en absorption du « ghost » d'une raie absorbée à 100 % correspondrait à une réduction

de l'intensité du fond n'excédant pas 1 %. Dans quelques poses la séparation des lames de l'étalon le moins épais a été réduite à 1,66 mm, donnant un domaine spectral libre de 3 000 mK ; l'intensité des maxima subsidiaires les plus intenses croissait jusqu'à 2 % ; les « ghost » des raies d'absorption les plus intenses correspondaient ainsi à une chute d'intensité de 2 %.

La mise en phase correcte de l'étalon le plus épais sur l'étalon le moins épais a été faite par photographie. Le système est éclairé par la raie 4 101 Å émise par un tube à cathode creuse et une série de clichés des franges était prise à différentes valeurs de la pression de l'air dans l'enceinte de l'étalon de 1 cm. La différence de pression convenable pour réaliser la mise en phase s'obtient en cherchant la pression pour laquelle les maxima primaires sont les plus forts.

La distance focale de 50 cm pour l'achromat qui forme l'image des franges sur la fente du spectrographe est choisie de façon à donner le meilleur compromis entre l'éclairement du système de franges et sa dispersion. Avec cette distance focale le temps de pose est d'environ 1/2 minute à 1 minute, de telle sorte que l'on peut obtenir des clichés correctement exposés pendant le temps de fonctionnement utile du jet atomique ; en effet, au bout des quelques cinq minutes de fonctionnement à la haute densité nécessaire pour produire l'absorption des composantes Zeeman, il se forme dans le tube un anneau d'indium condensé qui accroît la collimation et réduit la densité du jet atomique au point que les composantes les plus faibles ne produisent plus d'absorption observable. L'inconvénient de cette distance focale est que la dispersion n'est pas tout à fait suffisante. Le système de franges est projeté sur la fente de telle sorte que son centre soit à une extrémité de la fente ; le domaine de longueur d'onde correspondant à la longueur de la fente (environ 8 mm) est de 4 000 mK. La dispersion, qui décroît en proportion de la distance au centre impose une limite au domaine utilisable à cause du grain de la plaque. cause d'une perte de résolution en dessous d'une certaine dispersion. Dans ce cas, les raies d'absorption (largeur de l'ordre de 20 mK) deviennent si fines que les composantes les plus faibles sont difficiles à observer quand elles sont à plus de 5 mm du centre (soit à 1 500 mK). En conséquence, il est nécessaire pour observer les composantes les plus faibles d'ajuster la pression de l'air dans l'enceinte de l'étalon le moins épais, de façon à placer favorablement les raies d'absorption. Pour observer les composantes résolues du côté des courts nombres d'ondes de la composante centrale, une position satisfaisante du centre de l'ensemble de la figure est au centre de la fente, ce groupe (négatif) s'étendant à partir d'une distance au centre de 2 à 3 mm, mais cet arrangement n'est pas très satisfaisant pour le groupe (positif) du côté des grands nombres d'ondes puisqu'il reporte les composantes extérieures au delà de la limite de 5 mm ; pour ce groupe, il est préférable de faire des clichés différents avec le centre de l'ensemble plus près du centre du système de franges.

Mesure et calcul des interférogrammes. — On fait une série de 5 ou 6 poses sur une plaque pour chaque période de fonctionnement du tube. Pour chaque série on fait une pose sans champ magnétique et le reste avec le champ. Un repère est placé à l'extrémité de la fente près du centre du système de franges et sert de ligne de référence à partir de laquelle seront mesurées les positions des raies d'absorption ; les mesures sont faites avec un viseur à micromètre, l'erreur moyenne étant de l'ordre de 3 ou 4 microns (μ) pour les raies bien éloignées du centre, où la dispersion est plus faible, et plus grande pour les raies plus proches du centre.

La réduction des mesures est effectuée de la manière suivante : Si la position du centre du système de franges est connue, de telle sorte que les distances s puissent être converties en rayons r de franges par addition d'une simple constante, la différence, en kaysers, entre le nombre d'ondes d'une frange donnée et celui d'une frange située exactement au centre du système est :

$$\sigma = Kr^2 = K(s + a)^2$$

où

$$K = 1/2\lambda F^2.$$

La valeur de K peut être déterminée par une mesure directe de F, distance focale de la lentille qui forme l'image du système de franges, mais cela n'est pas très facile à cause du prisme à réflexion totale située sur le trajet optique, et du grandissement du spectrographe résultant de l'inégalité des distances focales du collimateur et de la lentille de chambre. On utilise donc une autre méthode pour la déterminer. Les diamètres des franges correspondant à la même composante sont mesurés dans deux ordres successifs. La valeur de K est alors donnée par

$$K = 4/2e(d_2^2 - d_1^2)$$

où d_1 et d_2 sont les diamètres des franges dans deux ordres successifs et e la distance des lames de l'étalon. Cette méthode a l'avantage de tenir compte automatiquement du grandissement du spectrographe.

Connaissant la constante de franges du système (K) la réduction des mesures est simple pourvu que l'on puisse mesurer une ou plusieurs composantes dans deux ordres successifs. C'est, en fait, le cas ; sur toutes les plaques la forte composante centrale est facilement mesurée dans le second ordre à partir du centre et sur beaucoup d'entre

elles il en est de même pour les composantes résolues, en particulier les plus proches du centre. La constante a à ajouter aux valeurs mesurées de s (distance à la ligne de référence) pour obtenir les valeurs réelles du rayon r est donnée par la relation

$$a = (M + s_2^2 - s_1^2) / 2(s_2 - s_1)$$

où

$$M = 1/2\, eK$$

e étant la distance des lames de l'étalon (le moins épais dans le cas du double étalon), et s_2 et s_1 les distances à la ligne de référence de deux ordres successifs correspondant à une même composante.

La différence entre le nombre d'ondes d'une composante n et celle qui se trouve au centre, exprimée en fonction de sa distance à partir de la ligne de référence est alors :

$$\sigma = K(a + s_n)^2.$$

La quantité désirée est la différence du nombre d'ondes d'une composante quelconque et de celui du centre de gravité de la transition (voir p. 987) de la structure hyperfine normale, $\delta\sigma$, qui a été calculé à partir des mesures faites sur une pose sans champ magnétique.

Un test pour savoir jusqu'où va l'erreur systématique introduite par cette méthode de calcul a été fait de la façon suivante : l'étalon de 2,5 mm est enlevé et on prend une photographie de l'émission de la cathode creuse, avec absorption par jet atomique (pour donner des raies fines et une meilleure précision des mesures), les franges photographiées étant celles des 4 composantes de la raie 4 101, dans tous les ordres de l'étalon de 1,0 cm. Les nombres d'ondes de ces composantes étant exactement connus (d'après des mesures préalables avec le jet atomique), leur position dans les divers ordres donne des repères à des intervalles d'environ 100 mK dans tout le domaine des franges de l'étalon utilisé dans les mesures, c'est-à-dire de 0 à 3 000 mK. A partir de ces mesures, en utilisant les constantes données précédemment et différentes paires de composantes pour trouver la constante a, on fait une série de calculs des nombres d'ondes de tous les points mesurés et ainsi on mesure l'erreur en chaque point, à des intervalles d'environ 100 mK. De petites erreurs systématiques ont été trouvées et une table de correction a été construite permettant d'éliminer ces erreurs. La correction est faible dans tous les cas. La plus grande valeur dans le domaine de $r = 1$ à $r = 5$ mm est 4 mK, mais dans le domaine de $r = 2$ à $r = 4$ mm dans lequel est confinée la grande majorité des mesures, la correction n'excède pas 2 mK. L'erreur systématique due à cet effet est donc de peu d'importance, et est de toute façon éliminée par cette correction.

Une plus sérieuse source d'erreurs systématiques est la variation d'intensité, dans le domaine spectral, du fond d'émission donné par l'arc. Une bonne mesure de sa grandeur dans une région s'étendant jusqu'à 350 mK de part et d'autre du centre de la figure peut être obtenue à partir des valeurs trouvées pour les séparations des composantes de structure hyperfine sur les poses faites sans champ magnétique. L'erreur moyenne est de 2 mK, la plus grande erreur observée étant de 7 mK ; la pente du profil du fond de l'émission dans les régions plus éloignées du centre n'est pas plus abrupte que dans les cas où il y a une résolution partielle des raies d'émission, soit en renversement, soit directement, dans la région plus centrale (le renversement est déplacé par rapport à la position vraie de la composante hyperfine, probablement à cause d'un déplacement par la pression atmosphérique dans laquelle fonctionne l'arc), en conséquence les erreurs systématiques pour les composantes voisines des bords extérieurs de la figure Zeeman sont probablement d'un ordre de grandeur comparable. L'erreur statistique dépend dans une large mesure de l'intensité des raies. Dans les cas favorables des composantes π les plus voisines du centre, la déviation moyenne des mesures simples (qui, naturellement comprend l'erreur systématique variable) est de 3 à 4 mK, tandis qu'avec les composantes plus faibles, plus voisines des bords, elle est d'environ 5 à 7 mK. On peut en conclure que pour les premiers types de composantes, l'erreur probable est de 3 à 4 mK quand on fait un certain nombre de mesures ; pour les autres composantes une erreur à peu près double peut être attendue dans le cas de moyennes de plusieurs mesures, ou de l'ordre de 10 mK dans le cas d'une simple mesure dans laquelle l'erreur statistique et l'erreur systématique sont combinées.

Étalonnage de l'électro-aimant.. — L'électro-aimant a été étalonné en mesurant l'effet Zeeman de la raie 4 047 Å du mercure, qui convient particulièrement bien dans ce but, puisqu'elle donne un triplet simple d'écart double de l'écart normal de Lorentz. La source était une étincelle entre électrodes de laiton, l'électrode inférieure étant creusée d'un petit cratère dans lequel était placé une goutte de mercure. Pour éviter l'élargissement des raies, le courant, donné par un transformateur de 5 000 V, était limité à 20 mA. Un condensateur de 0,001 μF était connecté à l'étincelle, pour l'empêcher de s'en aller vers les pôles de l'électro-aimant. L'effet Zeeman de la raie 4 047 émise par l'étincelle était observé avec un étalon ayant une séparation de 1,66 mm. Dix mesures de l'écart étaient faites pour chaque valeur du champ, avec une déviation moyenne de 0,002 K, équivalent à 110 gauss. Puisqu'il est improbable qu'il y ait une erreur systématique sérieuse, la séparation de

l'étalon ayant été choisie de telle sorte que les composantes déplacées étaient séparées de 0,42 ordre pour le plus faible et de 0,53 pour le plus fort champ, l'erreur probable sur la moyenne de toutes les déterminations était de l'ordre de 50 gauss.

Résultats des mesures. — Environ 40 interférogrammes satisfaisants de l'absorption du jet atomique ont été faits à 5 valeurs différentes du champ entre 5 800 et 8 500 gauss, et mesurés et réduits comme il a été décrit plus haut. Les tables suivantes contiennent un résumé des résultats de ces mesures ; les positions théoriques des composantes, calculées par une méthode décrite plus loin, sont aussi données. La table 1 contient les mesures des composantes résolues, et la table 2 donne les

TABLE I

Composantes résolues

Composante		—10	—9	—8	—7	—6	—5	—4	—3	—2	—1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
700	Cal.	—713	—678	—640	—600	—557	—511	—461	—403	—337	—255	350	413	470	521	565	610	650	688	723	mK
π	Mes.	—	—675	—643	—609	—564	—517	—466	—404	—340	—258	346	414	471	519	563	611	647	682	720	mK
	Int.	—	1	2	2	2	3	3	4	5	4	4	3	3	2	2	1	1	1/2	1/2	
	No.	—	1	7	7	8	9	10	10	13	15	15	11	8	6	6	6	2	1	1	
700	Cal.	—725	—693	—656	—617	—575	—531	—482	—429	—367	—294	387	447	500	548	592	633	672	714	748	mK
σ	Mes.	—729	—696	—656	—618	—578	—534	—489	—434	—370	—283	389	441	502	550	591	632	672	(710 à 750)		mK
	Int.	2	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	2	2	3 large		
	No.	3	3	4	4	4	4	4	4	4	2	1	1	1	1	1	1	1	1		
300	Cal.	—750	—711	—674	—632	—588	—541	—490	—431	—364	—279	374	441	500	550	599	642	682	721	758	mK
π	Mes.	—	—	—	—635	—593	—546	—490	—432	—362	—273	368	440	499	546	595	634	—	—	—	
	Int.	—	—	—	1	1	1	2	4	5	4	4	2	2	1	1	1	—	—	—	
	No.	—	—	—	4	4	4	4	4	4	5	2	2	2	2	2	2	—	—	—	
600	Cal.	—766	—728	—691	—648	—603	—555	—504	—445	—377	—292	388	455	514	566	614	658	702	738	776	mK
π	Mes.	—	—	—691	(—664)	—617	—565	—509	—452	—380	—289	386	459	514	565	611	(670)	—	—	—	mK
	Int.	—	—	1	1	1	2	3	4	4	4	3	3	2	1	1	1/2				
	No.	—	—	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	2	1	1	1				
600	Cal.	—780	—743	—709	—666	—623	—577	—527	—472	—409	—335										
σ	Mes.	—790	—750	—715	—665	—628	—579	—531	—477	—413	—342										
	Int.	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3										
	No.	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2										
500	Cal.	—823	—783	—742	—698	—652	—601	—546	484	—411	—313	421	494	556	611	660	707	750	792	832	mK
π	Mes.	—	—	—	—709	—657	—613	—556	—489	—415	—317	417	489	553	607	654	—	—	—	—	mK
	Int.	—	—	—	1	1	2	2	3	4	4	4	4	3	2	2	—	—	—	—	
	No.	—	—	—	2	2	3	5	6	5	8	8	8	5	2	1	—	—	—	—	
500	Cal.	—838	—800	—759	—717	—673	—624	—571	—514	—449	—373	456	526	585	638	687	732	774	815	854	mK
σ	Mes.	—838	—802	—762	—722	—672	—618	—572	—508	—445	—368	450	519	585	632	680	728	777	808	849	mK
	Int.	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	5	3	3	3	3	3	
	No.	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
800	Cal.	—657	—624	—589	—552	—512	—469	—421	—368	—305	—227										
π	Mes.	—	—629	—592	—557	—521	—478	—433	—374	—310	—233										
	Int.	—	1/2	1/2	1/2	1/2	1	2	3	4	5										
	No.	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2										

TABLE II

Composantes non résolues

Composante		— π	+ π	— σ (—)	— σ (+)	— σ (—)	— σ (+)	
6 700	Cal.	— 152 à — 96	106 à 168	— 164 à — 130	— 128 à — 48	79 à 145	142 à 179	mK
	Mes.	— 139 (55)	141 (57)	— 85 (100)		145 (60)		
	Int.	40	40	20		30		
	No.	15	15	4		4		
7 300	Cal.	— 170 à — 120	130 à 187					
	Mes.	— 151 (50)	162 (60)					
	Int.	40	30					
	No.	6	6					
7 600	Cal.	— 179 à — 131	142 à 196	— 195 à — 167	— 157 à — 189	109 à 165	166 à 210	mK
	Mes.	— 168 (45)	173 (60)	— 125 (80)		188 (60)		mK
	Int.	30	30	30		30		
	No.	3	3	2		2		
8 500	Cal.	— 206 à — 180	193 à 224	— 224 à — 215	— 184 à — 140	152 à 200	225 à 237	mK
	Mes.	— 199 (35)	202 (40)	— 160 (80)		240 (50)		mK
	Int.	50	50	30		30		
	No.	13	13	3		3		
5 800	Cal.	— 121 à — 47	57 à 139					
	Mes.	— 109 (60)	124 (60)					
	Int.	20	15					
	No.	2	2					

positions des centres des composantes centrales, non résolues. Les intensités sont les valeurs estimées d'après des courbes microphotométriques ; elles donnent seulement l'ordre de grandeur des intensités relatives des composantes. Une tentative a été faite pour relier les intensités estimées des composantes extérieures résolues et du groupe central intense et non résolu ; mais en raison de la grande différence d'intensités et de largeurs, cette comparaison est très difficile. Les largeurs de ces groupes non résolus ont aussi été mesurées et sont données (entre parenthèses) après leur position. La 4e colonne (No.) indique le nombre de poses différentes sur lesquelles les composantes ont été mesurées.

Dans la table 3 sont données les transitions qui donnent les composantes — 10 à — 1 et 1 à 10 de la table 2, et les six groupes calculés dans la table 1. Les figures 3 et 4 montrent des courbes microphotométriques de quelques-uns des interférogrammes, faits dans tous les cas avec la combinaison des étalons de 2,5 et 10,15 mm, sauf en *d* de la figure 3, qui a été obtenue avec la combinaison 1,66 et 10,15 mm. Les échelles donnent la distance en mK à partir du centre du système de franges ; la distance d'une composante à partir du centre de gravité est obtenue en ajoutant (ou en soustrayant s'il y a le signe —), la valeur pour le point 0. Il y a plusieurs points intéressants à remarquer sur ces courbes. Pour les plus faibles champs (*fig.* 3*b* et *c*) les intensités presque égales des composantes des groupes extérieurs résolus en polarisation σ apparaissent clairement en comparaison de la chute rapide en polarisation π, comme apparaît aussi l'intensité relativement plus grande des composantes centrales non résolues en polarisation π. La comparaison avec la figure 4 montre que ces effets sont plus prononcés aux champs plus élevés. Dans les figures 3*a*, *b* et *c* et 4*c*, la pression de l'air dans l'étalon a été ajustée de façon à favoriser le groupe négatif et le spectre entier apparaît dans un ordre. Mais dans les figures 4*a* et *b* la pression était ajustée pour le groupe positif, et le groupe négatif apparaît dans l'ordre inférieur suivant ; en conséquence pour ce groupe, 2 000 mK environ (un ordre) a été soutrait de l'échelle. Dans la figure 3*d* faite aussi pour le groupe positif, le spectre entier jusqu'à 2 000 mK est observé dans un ordre, puisque le domaine spectral était de 3 000 mK. L'avantage d'un domaine spectral plus grand permettant de faire travailler l'arc à plus haute température avec plus d'élargissement pour donner un fond plus uniforme pour le groupe positif, est évident ; avec le plus petit domaine spectral, de 2 000 mK, l'élargissement relativement plus grand de l'aile négative du fond d'émission aurait causé la perte des composantes les plus

TABLE III

Transitions. Composantes résolues.

	— 10 ... — 1	1 ... 9	— 10 ... — 1	1 ... 9
$S_{1/2} : m_F$	4* ... — 5*	— 4 ... 4	4* ... — 5*	— 3 ... 5
$^2P_{1/2} : m_F$	4 ... — 5	— 4* ... 4*	5 ... — 4	— 4* ... 4*

Composantes non résolues

	— π	+ π	— σ (—)	— σ (+)	+ σ (—)	+ σ (+)
$S_{1/2} : m_F$	4* à — 4*	— 4 à 5	4* à — 3*	3* à — 5*	— 4 à 4	— 4 à 5
$P_{1/2} : m_F$	4* à — 4*	— 4 à 5	3* à — 4*	4* à — 4*	— 3 à 5	— 4 à 4

Les nombres (m_F) simples appartiennent aux groupes supérieurs (valeurs positives de la racine) et les nombres avec des astérisques appartiennent aux groupes inférieurs.

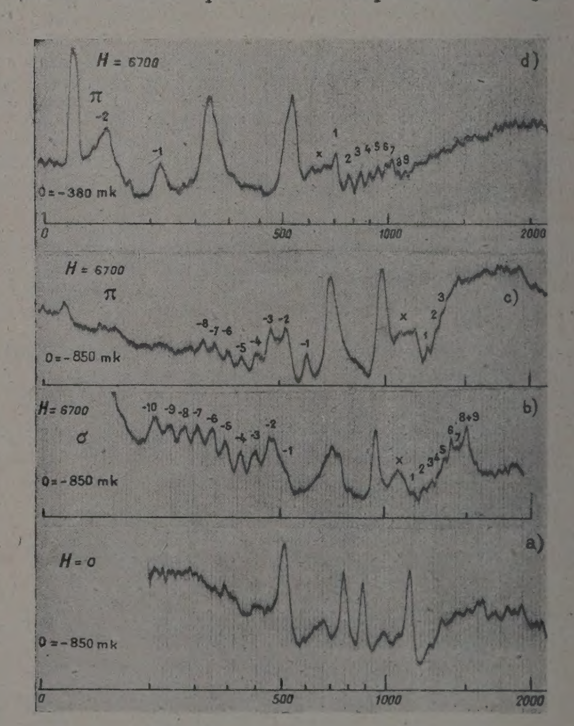


Fig. 3. — Effet Zeeman de λ 4 101 Å de l'indium (H = 6 700 gauss) :
a, *b* et *c* : double étalon d'épaisseurs 2,5 et 10,15 mm ;
d : double étalon d'épaisseurs 1,66 et 10,15 mm ;
(*a* : structure hyperfine en l'absence de champ magnétique).

faibles du groupe positif à cause de la superposition de l'aile négative d'émission dans l'ordre contigu inférieur.

Certains des effets indésirables du manque d'uniformité du fond d'émission donné par l'arc sont aussi évidents. Dans la figure 3*b* et *c* le renversement produit une chute dans l'intensité du fond

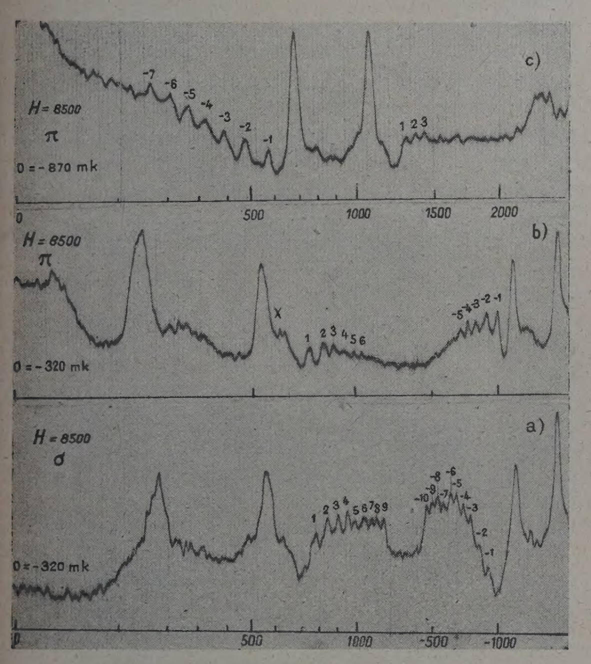


FIG. 4. — Effet Zeeman de λ 4 101 Å de l'indium ($H = 8\,500$ gauss) double étalon d'épaisseurs 2,5 et 10,15 mm.

d'émission qui renforce l'intensité des composantes — 2 et — 3 en *c* et — 2 en *b* et fait presque perdre la composante — 1, à cause de la forte pente du fond. Les larges absorptions apparentes, beaucoup trop larges pour être dues à l'absorption du jet atomique, marquées par un X sont aussi dues au renversement dans l'arc. La décroissance rapide de l'intensité du fond du groupe positif de la figure 3*b* et *c* est aussi caractéristique, comme la croissance rapide (la chute de la courbe correspondant à une croissance de l'intensité de l'émission) dans la région des plus basses composantes négatives dans la figure 4*a*, due au renforcement de l'aile négative qui se produit lorsque l'arc est assez chaud pour donner une aile positive satisfaisante permettant de voir l'absorption pour toutes les 9 composantes.

Calcul de la structure hyperfine de l'effet Zeeman. — La théorie quantique de l'effet Zeeman anormal élaborée par Heisenberg et Jordan [8] et par Darwin [9], et appliquée par Goudsmit et Bacher [10] au cas de la structure hyperfine, permet de calculer exactement les énergies des niveaux en lesquels se décomposent les niveaux de structure hyperfine dans un champ magnétique d'intensité quelconque. Dans le cas des termes $6\,S_{1/2}$ et $5^2P_{1/2}$, les différences d'énergie de ces nouveaux niveaux par rapport au centre de gravité des deux niveaux de structure hyperfine des termes considérés sont donnés par :

$$\delta\sigma = -\frac{\Delta S_{1/2}}{2(2I+1)} + \frac{1}{2}\Delta S_{1/2}\sqrt{1 + \frac{4m}{(2I+1)}\cdot x + x^2}$$

$$\delta'\sigma = -\frac{\Delta^2 P_{1/2}}{2(2I+1)} + \frac{1}{2}\Delta^2 P_{1/2}\sqrt{1 + \frac{4m'}{(2I+1)}\cdot x' + x'^2}$$

où

$$x = 4{,}70 \times 10^{-5}\, Hg(J) \quad \text{et} \quad g(J) = 2$$

$$x' = 4{,}70 \times 10^{-5}\, Hg(J') \quad \text{et} \quad g(J') = 2/3$$

$$I = 9/2 \quad \Delta S_{1/2} = 281 \quad \Delta^2 P_{1/2} = 381 \text{ mK}$$

m étant un nombre entier quelconque compris entre 5 et — 5.

On doit prendre les valeurs positives de la racine carrée pour toutes les valeurs de m de 5 à — 4 et les valeurs négatives pour toutes les valeurs de m de 4 à — 4, tandis que pour la valeur $m = 5$, qui réduit la racine carrée de $1 - 2x + x^2$, il faut toujours prendre la valeur $(1 - x)$ c'est-à-dire la valeur positive si x est plus petit que 1 et la valeur négative si x est plus grand que 1. Ainsi, dans le premier cas ($x < 1$) il y a un groupe de 11 niveaux pour lesquels la racine est positive, m ayant les valeurs de 5 à — 5, et un groupe de 9 niveaux pour lesquels la racine est négative, avec des valeurs de m de 4 à — 4 ; tandis que dans le dernier cas ($x > 1$) il y a un groupe de 10 niveaux pour lesquels la racine est positive avec des valeurs de m de 5 à — 4, et un autre groupe de 10 niveaux pour lesquels la racine est négative avec des valeurs de m de 4 à — 5. Dans le cas présent, le domaine des champs magnétiques dans lequel les observations ont été faites donne pour le terme $6S_{1/2}$ des valeurs de x allant de 1,92 à 5 800 gauss à 2,85 à 8 500 gauss et ainsi x est nettement plus grand que 1, même pour les plus faibles valeurs du champ ; la valeur négative de la racine carrée est prise pour la valeur $m = -5$, et le niveau décomposé en deux groupes de 10 niveaux. Les nombres quantiques associés à ces niveaux sont m_I et m_J le premier ayant des valeurs demi-entières comprises entre 9/2 et — 9/2, et le dernier ayant la valeur 1/2 pour le groupe positif et — 1/2 pour le groupe négatif. La valeur de m est la somme de m_I et m_J. Mais, pour le terme $5^2P_{1/2}$, en raison de la valeur plus petite de $g(J)$ et, à un moindre degré, de l'écart de structure hyperfine plus grand, les valeurs de x vont de 0,476 à 0,700 pour le domaine de champ magnétique utilisé, ainsi x est nettement plus petit que 1, même pour le champ le plus élevé ; la valeur

positive de la racine carrée est prise pour $m = -5$ et le niveau est décomposé en un groupe positif de 11 niveaux et un groupe négatif de 9 niveaux. Les nombres quantiques associés avec ces niveaux sont les valeurs m_F allant de 5 à — 5 pour le groupe positif et de 4 à — 4 pour le groupe négatif.

Les énergies des composantes hyperfines de l'effet Zeeman données par les transitions entre les niveaux S et P, calculées de cette manière (en mK), sont les déplacements des composantes comptés à partir d'une raie fictive, transition entre le centre de gravité du terme $6S_{1/2}$ et le centre de gravité du terme $5^2P_{1/2}$. Si la composante hyperfine de grande longueur d'onde A a la valeur 000 mK, la position de cette raie fictive est $\frac{11}{20}.281 + \frac{9}{20}.381 = 325$ mK.

Pour obtenir les composantes de structure hyperfine de l'effet Zeeman à partir de ces niveaux, il est nécessaire de supposer certaines règles de sélection entre les niveaux des états supérieurs et inférieurs. Pour les transitions donnant des composantes π, la valeur de m doit être la même dans les deux états. Cette règle de sélection explique immédiatement la grande différence entre la figure Zeeman observée ici et celle de l'effet Paschen-Back complet dans laquelle on observe seulement les deux groupes centraux serrés. Dans la figure 5 sont représentés les niveaux hyperfins des termes dans un champ de 6 700 gauss, les lignes pleines représentant les transitions dans lesquelles la valeur de m reste inchangée. Il est clair que deux types différents de transition sont permis par la règle de sélection précédente ; m peut rester inchangé, soit entre le groupe supérieur (ou inférieur) de l'un des termes et le groupe supérieur (ou inférieur) d'un autre terme donnant le groupe central [1] serré, soit entre le groupe supérieur (ou inférieur) de l'un des termes et le groupe inférieur (ou supérieur) de l'autre terme, donnant des groupes extérieurs largement espacés. Dans l'effet Paschen-Back complet ceci n'est pas possible, car les nombres quantiques décrivant le terme $^2P_{1/2}$ sont aussi m_I et m_J et m_I ne peut pas changer, de telle sorte que m_J ne peut pas changer non plus, si m reste inchangé ; ainsi, les transitions entre les groupes supérieur (ou inférieur) et inférieur (ou supérieur) ne sont pas possibles. Les composantes σ sont supposées dues aux transitions dans lesquelles la valeur de m change de ± 1. Elles sont représentées dans la figure 5 par les lignes verticales pointillées. Dans les groupes intérieurs serrés de composantes correspondant à des transitions du groupe supérieur (ou inférieur) du terme supérieur au groupe supérieur (ou inférieur) du terme inférieur, il est supposé que m ne peut changer que de 1 ou — 1, et ainsi chacun de ces deux groupes intérieurs de composantes consistent en deux sous-groupes ; comme le montre le diagramme. Dans le cas des transitions qui donnent lieu aux groupes extérieurs σ on a tracé dans les diagrammes seulement les transitions pour lesquelles la variation de m est + 1 (en absorption) pour une transition du groupe inférieur P au groupe supérieur S, et est — 1 pour une transition du groupe supérieur P au groupe inférieur S. Cela correspond aux variations de m_J de $-1/2$ à $+1/2$, et de $+1/2$ à $-1/2$, qui se produisent dans l'effet Paschen-Back complet. Les valeurs calculées pour les positions des composantes ont été obtenues

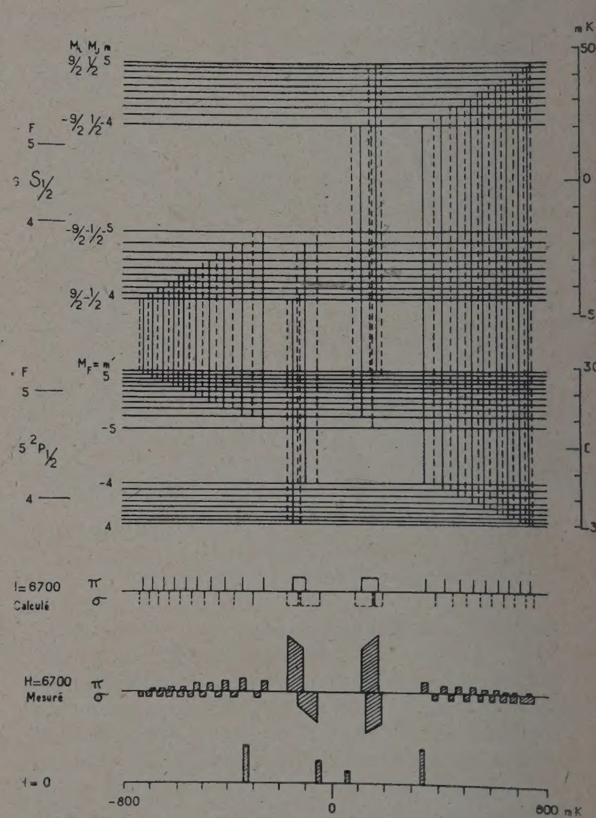


Fig. 5. — Schéma de niveaux et transitions de λ 4 101 Å de l'indium dans un champ de 6 700 gauss.
En traits pleins : composantes π.
En traits hachurés : composantes σ.

dans l'hypothèse que ces transitions seules se produisent, ou que l'autre type de transition est beaucoup moins probable. Les autres types de transitions dans lesquelles la variation de m serait — 1 pour une transition entre le groupe supérieur P et le groupe inférieur S, donneraient lieu à des composantes différant de seulement 5 mK des transitions précédentes, sauf dans le cas de la première composante du groupe négatif, pour

[1] Dans le cas des groupes centraux serrés, on a représenté seulement, par raison de simplicité, la composante de plus grande fréquence et la composante de plus faible fréquence de chaque groupe de transition.

laquelle la différence est d'environ 20 mK. Les observations sont en accord avec les valeurs calculées d'après le principe de sélection adopté dans le cas de cette composante ; pour les autres, la différence de 5 mK produirait un déplacement de seulement 2 1/2 mK si les deux types de transitions étaient également probables, différence plus petite que l'incertitude expérimentale.

Comparaison entre les composantes hyperfines Zeeman observées et calculées. — Il semble d'après la table ci-dessus qu'il y ait un accord des plus satisfaisants entre les positions des composantes Zeeman calculées par la méthode précédente et les résultats expérimentaux pour les composantes extérieures résolues. La différence entre les positions calculées et observées ne dépasse pas 10 mK dans les cas les plus défavorables, composantes voisines des bords extérieurs de la figure où la pente du fond d'émission peut produire des erreurs systématiques de l'ordre du tiers de la largeur des raies ; tandis que, pour les composantes voisines du centre, les différences sont seulement de quelques mK, ce qui est bien en dessous de l'erreur probable combinée, tenant compte de toutes les sources d'erreurs : erreur statistique, erreurs dues à la pente du fond d'émission, erreurs dans la détermination du champ magnétique, et erreurs de mesures et de réduction (dues à de possibles inexactitudes dans la détermination du système de franges et du centre de gravité de la structure hyperfine sans champ par la méthode décrite plus haut). Cet accord quantitatif est frappant ; la différence moyenne (4 mK) est moindre que 1 %, et il n'y a pas de différence systématique apparente entre les positions observées et calculées ; l'accord est de l'ordre de dix fois meilleur que l'accord trouvé par Back et Wulff [6], dans le cas du thallium où la différence moyenne était de plus de 50 mK, soit plus de 10 %. La principale différence entre les figures calculées et observées est le défaut d'observation des composantes extérieures des groupes résolus en polarisation π aux plus hauts champs magnétiques dû probablement à leur décroissance d'intensité dans les champs intenses.

Les mesures des composantes centrales non résolues présentent aussi un accord satisfaisant avec le calcul, tant en ce qui concerne les positions de leur centre que leurs largeurs, dans le cas de la polarisation π. En polarisation σ la position observée des groupes centraux apparaît comme correspondant aux transitions entre $m + 1$ dans le terme P et m dans le terme S dans le groupe négatif ; mais dans le groupe positif comme correspondant aux transitions entre $m - 1$ dans le terme P et m dans le terme S, ce qui implique que ces transitions sont plus probables.

L'auteur est heureux de saisir cette occasion pour exprimer sa gratitude au Pr Jacquinot, pour avoir mis à sa disposition les ressources du Laboratoire qui ont rendu ce travail possible, et pour son intérêt constant et ses encouragements au cours de cette recherche ; ainsi qu'au Dr Giacomo et à M. Roizen pour la préparation des surfaces multi-diélectriques sur les lames d'étalon.

Manuscrit reçu le 1er juin 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Jackson (D. A.) and Kuhn (H.), *Proc. Roy. Soc.*, 1939, **173**, 278-285.
[2] Jackson (D. A.) and Kuhn (H.), *Proc. Roy. Soc.*, 1938, **167**, 205-216.
[3] Jackson (D. A.) and Kuhn (H.), *Proc. Roy. Soc.*, 1938, **165**, 303-312.
[4] Kopfermann (A. H.) and Krueger (H.), *Z. Physik*, 1936, **102**, 527-533.
[5] Back (E.) and Goudsmit (S.), *Z. Physik*, 1928, **47**, 174-183, 128.
[6] Back (E.) and Wulff (J.), *Z. Physik*, 1930, **66**, 31-48. Green (J.B.) and Wulff (J.), *Phys. Rev.*, 1931, **38**, 2176-2192.
[7] Minkowski (R.) and Bruck (H.), *Z. Physik*, 1935, **95**, 274-283.
[8] Heisenberg (W.) and Jordan (P.), *Z. Physik*, 1926, **37**, 263-277.
[9] Darwin (G. C.), *Proc. Roy. Soc.*, 1927, **115**, 1-19.
[10] Goudsmit (S.) and Bacher (R. F.), *Z. Physik*, 1930, **66**, 13-30.

DIFFUSION NUCLÉON-NUCLÉON EN PRÉSENCE DE FORCES NON CENTRALES
I. DIFFUSION NEUTRON-PROTON.

Par M. GOURDIN,
Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, Paris.

Sommaire. — L'étude de la diffusion neutron-proton est faite en présence d'un potentiel comprenant une force tenseur. Un calcul explicite donne l'expression de la section efficace différentielle de diffusion développée en polynomes de Legendre.

Introduction. — Les expériences de collisions neutron-proton, effectuées aux faibles énergies, montrent que la section efficace différentielle possède pratiquement la symétrie sphérique. Mais lorsque l'on a bombardé des protons et des deutérons avec des neutrons de 90 MeV [1], [2], on s'est aperçu de la nécessité d'introduire des forces non centrales pour rendre compte des résultats expérimentaux.

Les premiers calculs des sections efficaces de diffusion en présence de forces non centrales [3], [4], [5] utilisent des angles de phases complexes. Les auteurs effectuent une séparation du vecteur d'onde en une partie radiale et une partie angulaire, dans une représentation caractérisée par les nombres L, S, m_L, m_S, qui ne sont pas tous les quatre des nombres quantiques. En effet, en présence de forces non centrales, la grandeur du moment orbital L, la composante de celui-ci suivant Oz : m_L, la composante suivant Oz du moment angulaire de spin : m_S, ne sont pas des constantes du mouvement.

En 1949, F. Rohrlich et J. Eisenstein [6] reprennent le problème en faisant un changement de représentation. Ils utilisent le schéma $[(-1)^L, S, J, m]$, où J et m caractérisent la grandeur et la composante suivant Oz du moment angulaire total. $(-1)^L$ fournit les valeurs propres de l'opérateur de parité qui commute avec l'opérateur de la force tenseur S_{12}. Dans cette représentation qui permet d'utiliser les vecteurs propres de l'hamiltonien H, les angles de phases sont réels, ce qui apparaît plus satisfaisant du point de vue théorique. Par contre, on introduit des coefficients de mélange mesurant le couplage entre deux états de moments angulaires orbitaux différents mais possédant la même parité. Se servant de cette théorie, ils ont donné l'expression de la section efficace différentielle pour les états triplets lorsque l'on ne considère que les états S, P, D.

Pour pouvoir rendre compte d'expériences de collision à hautes énergies, il est nécessaire d'introduire un couplage entre les états P et F. Il paraît utile, dans ces conditions, de pouvoir trouver rapidement, sans avoir à faire chaque fois un calcul complet, la contribution à la section efficace différentielle, soit d'un état donné, soit du couplage de deux états. Après un bref exposé de la méthode de Rohrlich et Eisenstein [6], nous avons étudié une méthode fournissant une expression générale de cette section efficace différentielle. Utilisant les propriétés du vecteur harmonique sphérique développées par Corben et Schwinger [7] puis par Rarita et Schwinger [3], nous avons calculé le carré du module du vecteur d'onde décomposé en vecteurs d'ondes partielles suivant les valeurs de L et J. Nous avons donné l'expression des coefficients dans six tableaux qui permettent de trouver immédiatement les contributions cherchées. Nous obtenons ainsi la section efficace différentielle pour les états triplets développée en polynomes de Legendre. Enfin, nous avons déduit de ces calculs l'expression explicite de la section efficace différentielle en fonction des différents déphasages lorsqu'on ne considère que les états S, P, D, F, les autres étant supposés d'importance négligeable.

Rappel de quelques résultats sur les états singulets. — Le potentiel que nous considérons comprend une partie centrale $J(x)$ et une partie non centrale $S_{12}\,K(x)$:

$$V(\vec{r}) = J(x) + S_{12}\,K(x) \qquad x = |\vec{r}|.$$

L'opérateur S_{12} étant donné par :

$$S_{12} = 3(\vec{\sigma}_1 . \vec{r})\,(\vec{\sigma}_2 . \vec{r})/r^2 - \vec{\sigma}_1 . \vec{\sigma}_2.$$

Cet opérateur est nul pour un état singulet

$$S_{12}\,\varphi_{\text{singulet}} = 0.$$

Donc la partie non centrale du potentiel n'a aucun effet dans les états singulets. Seule est à considérer la partie centrale $J(x)$ du potentiel.

Les résultats de l'application de la méthode des ondes partielles à la diffusion neutron-proton en présence de forces centrales sont bien connus [8]. Les section efficaces différentielles et totale sont données par les formules :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2}\left|\sum_L (2L+1)\,P_L(\cos\theta)\,e^{i\delta_L}\sin\delta_L\right|^2$$

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\sum_L (2L+1)\sin^2\delta_L.$$

En outre, la section efficace totale pour l'ensemble des états singulets et triplets se calcule avec la pondération suivante :

$$\sigma_{\text{total}} = 1/4 \quad \sigma_{\text{singulet}} + 3/4 \quad \sigma_{\text{triplet}}.$$

A. **Méthode des ondes partielles pour les états triplets.** — Considérons l'équation de Schrödinger :

$$H\,\vec{\psi}(\vec{r}) = E\,\vec{\psi}(\vec{r})$$

où l'hamiltonien H est donné par :

$$H = -\frac{\hbar^2}{M}\vec{\nabla}^2 + V(\vec{r}) \tag{1}$$

le potentiel $V(\vec{r})$ comprenant une partie centrale $J(x)$ et une force tenseur $S_{12}\,K(x)$:

$$V(\vec{r}) = J(x) + S_{12}\,K(x). \qquad (2$$

Le moment angulaire total $\vec{J}$ est donné par :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

où $\vec{L}$ est le moment angulaire orbital et $\vec{S}$ le spin. Dans l'état triplet $\vec{S}^2$ a pour valeur propre 2 soit $S = 1$.

Donc, étant donnée une valeur de J, nous aurons pour le moment orbital trois possibilités :

$$L = J - 1,\ J,\ J + 1. \qquad (3)$$

Décomposons le vecteur d'onde suivant les vecteurs propres de J^2 et $J_z = m$

$$\vec{\psi}(\vec{r}) = \sum_{J,m} \vec{\psi}(J, m\,; \vec{r}). \qquad (4)$$

Nous pourrions décomposer ce vecteur $\vec{\psi}(J, m; \vec{r})$ suivant les vecteurs harmoniques sphériques $\vec{Y}^m_{JL1}$[2], [3], [4] ; mais la force tenseur S_{12} ne conserve pas le moment orbital $\vec{L}$: elle conserve la parité $(-1)^L$. Donc les vecteurs propres de l'hamiltonien seront construits à partir de vecteurs harmoniques sphériques de même parité.

Écrivons :

$$\vec{\psi}(J, m\,; \vec{r}) = \vec{\psi}^{\alpha}(J, m\,; \vec{r}) + \vec{\psi}^{\beta}(J, m\,; \vec{r}) + \vec{\psi}^{\gamma}(J, m\,; \vec{r})$$

avec

$$\vec{\psi}^{\alpha}(J, m\,; \vec{r}) = \frac{u^{\alpha}_J(x)}{x}\,\vec{Y}^m_{JJ-11} - \frac{w^{\alpha}_J(x)}{x}\,\vec{Y}^m_{JJ+11} \qquad (5)$$

$$\vec{\psi}^{\beta}(J, m\,; \vec{r}) = \frac{v_J(x)}{x}\,\vec{Y}^m_{JJ1} \qquad (6)$$

$$\vec{\psi}^{\gamma}(J, m\,; \vec{r}) = \frac{u^{\gamma}_J(x)}{x}\,\vec{Y}^m_{JJ-11} - \frac{w^{\gamma}_J(x)}{x}\,\vec{Y}^m_{JJ+11}. \qquad (7)$$

Connaissant [3] l'action de l'opérateur de force tenseur S_{12} sur les vecteurs harmoniques sphériques, et du laplacien ∇^2 qui sépare les parties radiale et angulaire de la fonction d'onde, nous sommes conduits, par substitution des formes (5), (6), (7) dans l'équation de Schrödinger, à un ensemble d'équations différentielles pour les fonctions radiales $u_J(x)\ v_J(x)\ w_J(x)$.

$$\begin{cases} D_{J-1}\,u^{(\alpha)(\gamma)}_J(x) = u^{(\alpha)(\gamma)}_J(x)\,f_J(x) + w^{(\alpha)(\gamma)}_J(x)\,g_J(x) \\ D_{J+1}\,w^{(\alpha)(\gamma)}_J(x) = w^{(\alpha)(\gamma)}_J(x)\,h_J(x) + u^{(\alpha)(\gamma)}_J(x)\,g_J(x) \\ D_J\,v_J(x) = v_J(x)\,l_J(x). \end{cases}$$

L'opérateur D_L est défini par :

$$D_L = \frac{d^2}{dx^2} + k^2 - \frac{L(L+1)}{x^2} \quad \text{avec} \quad k^2 = \frac{ME}{\hbar^2}$$

et les fonctions $f_J(x)\ g_J(x)\ h_J(x)\ l_J(x)$ sont des combinaisons linéaires des potentiels $J(x)$ et $K(x)$

$$\begin{cases} f_J(x) = \dfrac{M}{\hbar^2}\left[J(x) - \dfrac{2(J-1)}{2J+1}\,K(x)\right] \\ g_J(x) = \dfrac{M}{\hbar^2}\,\dfrac{6J(J+1)}{2J+1}\,K(x) \\ h_J(x) = \dfrac{M}{\hbar^2}\left[J(x) - \dfrac{2(J+2)}{2J+1}\,K(x)\right] \\ l_J(x) = \dfrac{M}{\hbar^2}\,[J(x) + 2K(x)]. \end{cases}$$

B. **Détermination de la section efficace totale dans les états triplets.** — Le comportement asymptotique de $u_J(x)$, $v_J(x)$, $w_J(x)$ est fourni par la forme asymptotique des fonctions sphériques de Bessel, $j_L(kx)$ et $n_L(kx)$. Nous en déduisons le comportement asymptotique des fonctions d'onde $\vec{\psi}^{(\lambda)}(J, m\,; \vec{r})$ à partir des définitions (5), (6), (7) par l'introduction de trois déphasages :

$$\delta^{\alpha}_J\ \delta^{\beta}_J\ \delta^{\gamma}_J$$

et de deux coefficients de mélange :

$$\eta^{\alpha}_J,\ \eta^{\gamma}_J$$

liés par la relation :

$$\eta^{\alpha}_J\,\eta^{\gamma}_J + 1 = 0$$

en vertu de l'orthogonalité des vecteurs propres $\vec{\psi}^{\alpha}$ et $\vec{\psi}^{\gamma}$. Nous obtenons un résultat dépendant de trois coefficients d'amplitude des fonctions radiales : $A^m_J\ B^m_J\ C^m_J$.

$$\begin{aligned} \vec{\psi}(J, m\,; \vec{r}) & \qquad (1) \\ \simeq \frac{e^{ikx}}{2ix}\Big\{ & \left[A^m_J\,e^{i\delta^{\alpha}_J}\,e^{-i(J-1)\frac{\pi}{2}} + C^m_J\,e^{i\delta^{\gamma}_J}\,e^{-i(J+1)\frac{\pi}{2}}\right]\vec{Y}^m_{J,J-1,1} \\ & + B^m_J\,e^{i\delta^{\beta}_J}\,e^{-iJ\frac{\pi}{2}}\,\vec{Y}^m_{J,J,1} \\ & + \left[\eta^{\alpha}_J A^m_J\,e^{i\delta^{\alpha}_J}\,e^{-i(J-1)\frac{\pi}{2}} + \eta^{\gamma}_J C^m_J\,e^{i\delta^{\gamma}_J}\,e^{-i(J+1)\frac{\pi}{2}}\right]\vec{Y}^m_{J,J+1,1}\Big\} \\ - \frac{e^{-ikx}}{2ix}\Big\{ & \left[A^m_J\,e^{-i\delta^{\alpha}_J}\,e^{i(J-1)\frac{\pi}{2}} + C^m_J\,e^{-i\delta^{\gamma}_J}\,e^{i(J+1)\frac{\pi}{2}}\right]\vec{Y}^m_{J,J-1,1} \\ & + B^m_J\,e^{-i\delta^{\beta}_J}\,e^{iJ\frac{\pi}{2}}\,\vec{Y}^m_{J,J,1} \\ & + \left[\eta^{\alpha}_J A^m_J\,e^{-i\delta^{\alpha}_J}\,e^{i(J-1)\frac{\pi}{2}} + \eta^{\gamma}_J C^m_J\,e^{-i\delta^{\gamma}_J}\,e^{i(J+1)\frac{\pi}{2}}\right]\vec{Y}^m_{J,J+1,1}\Big\}. \end{aligned}$$

C'est l'onde totale relative à une valeur pour J et m donnée. Afin de déterminer ces trois coefficients arbitraires, nous nous intéressons à l'onde plane incidente.

$$\vec{\psi}^{m_s}_{\text{inc.}} = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\,\vec{\chi}_{m_s}$$

$\vec{\chi}_{m_s}$ étant un vecteur propre de spin de l'état triplet.

On effectue un développement en polynômes de Legendre de l'onde plane puis, à l'aide des coefficients de Clebsch-Gordan [9], il est aisé de développer l'onde incidente en vecteurs harmoniques

sphériques. La forme asymptotique des fonctions sphériques de Bessel permet d'écrire cette dernière onde sous une forme analogue à celle de l'onde totale :

$$\vec{\psi}(J, m, \vec{r}) \simeq \frac{e^{ikx}}{2ix}\left[\frac{(4\pi)^{1/2}}{k}\sum_L (2L+1)^{1/2} C_{L1}(J, m ; 0, m)\, \vec{Y}^{m}_{JL1}\right] - \frac{e^{-ikx}}{2ix}\left[\frac{(4\pi)^{1/2}}{k}\sum_L (2L+1)^{1/2} e^{i\pi L} C_{L1}(J, m ; 0, m)\, \vec{Y}^{m}_{JL1}\right]. \quad (2)$$

Nous choisissons maintenant les coefficients $A_J\, B_J\, C_J$ de telle manière que les coefficients des termes en e^{-ikx} dans les expressions (1) et (2) soient identiques. Ceci conduit à un système linéaire immédiatement résolu.

L'onde totale ainsi parfaitement définie étant la somme de l'onde incidente et de l'onde diffusée, nous extrayons maintenant l'onde diffusée :

$$\vec{\psi}_{sc}(J, m ; \vec{r}) = \frac{e^{ikx}}{2ix}\sum_L S^{m}_{JL}\, \vec{Y}^{m}_{JL1} = \frac{e^{ikx}}{x}\sum_L \frac{S^{m}_{JL}}{2i}\, \vec{Y}^{m}_{JL1}. \quad (3)$$

Les coefficients S^m_{JL} étant donnés par :

$$\frac{S^{m}_{JJ-1}}{2i} = E^{m}_{JJ-1}\,\frac{\eta^{\gamma}_{J}\, e^{i\delta^{\alpha}_{J}} \sin \delta^{\alpha}_{J} - \eta^{\alpha}_{J}\, e^{i\delta^{\gamma}_{J}} \sin \delta^{\gamma}_{J}}{\eta^{\gamma}_{J} - \eta^{\alpha}_{J}} + E^{m}_{JJ+1}\,\frac{e^{i\delta^{\gamma}_{J}} \sin \delta^{\gamma}_{J} - e^{i\delta^{\alpha}_{J}} \sin \delta^{\alpha}_{J}}{\eta^{\gamma}_{J} - \eta^{\alpha}_{J}}$$

$$\frac{S^{m}_{JJ}}{2i} = E^{m}_{JJ}\, e^{i\delta^{\beta}_{J}} \sin \delta^{\beta}_{J} \quad (4)$$

$$\frac{S^{m}_{JJ+1}}{2i} = E^{m}_{JJ+1}\,\frac{\eta^{\gamma}_{J}\, e^{i\delta^{\gamma}_{J}} \sin \delta^{\gamma}_{J} - \eta^{\alpha}_{J}\, e^{i\delta^{\alpha}_{J}} \sin \delta^{\alpha}_{J}}{\eta^{\gamma}_{J} - \eta^{\alpha}_{J}} - E^{m}_{JJ-1}\,\frac{e^{i\delta^{\alpha}_{J}} \sin \delta^{\alpha}_{J} - e^{i\delta^{\gamma}_{J}} \sin \delta^{\gamma}_{J}}{\eta^{\gamma}_{J} - \eta^{\alpha}_{J}}\,\eta^{\alpha}_{J}\,\eta^{\gamma}_{J}$$

avec :

$$E^{m}_{JL} = (2L+1)^{1/2}\,\frac{\sqrt{4\pi}}{k}\, C_{L1}(J, m ; 0, m).$$

On en déduit la section efficace différentielle des états triplets relative à une valeur de m :

$$\frac{d\sigma^m}{d\Omega} = \left|\sum_{JL} \frac{S^{m}_{JL}}{2i}\, \vec{Y}^{m}_{JL1}(\Omega)\right|^2. \quad (5)$$

Dans le cas d'une onde non polarisée, on somme sur m :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{3}\sum_m \left|\sum_{JL} \frac{S^{m}_{JL}}{2i}\, \vec{Y}^{m}_{JL1}(\Omega)\right|^2. \quad (6)$$

La section efficace totale s'obtient après intégration sur l'angle solide Ω, en utilisant les propriétés d'orthonormalisation des vecteurs harmoniques sphériques et d'orthogonalité des coefficients de Clebsch-Gordan [9] :

$$\sigma = \frac{4\pi}{3k^2}\sum_J (2J+1)\,[\sin^2 \delta^{\alpha}_{J} + \sin^2 \delta^{\beta}_{J} + \sin^2 \delta^{\gamma}_{J}]. \quad (7)$$

C. **Section efficace différentielle des états triplets développée en polynômes de Legendre.** — Nous nous intéressons aux expressions (6) et (4) du paragraphe B qui fournissent la section efficace différentielle et nous voulons donner un développement en polynômes de Legendre de cette même expression.

A cet effet, nous décomposons le vecteur harmonique sphérique [3], [7], [9] $\vec{Y}^{m}_{JL1}(\Omega)$ suivant les vecteurs orthonormalisés d'un espace à trois dimensions construit à partir des vecteurs propres de spin des états triplets et nous effectuons, pour une valeur de L donnée, la sommation sur J.

$$J = L+1,\ L,\ L-1.$$

En explicitant les coefficients S^m_{JL} et E^m_{JL} nous obtenons, après sommation sur m, une expression de la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{3}\sum_m \frac{d\sigma^m}{d\Omega} = \sum_L \rho_L + \sum_{L<L'} \tau_{LL'} \quad (1)$$

Nous aurons pour ρ_L et $\tau_{LL'}$ les expressions suivantes :

$$\rho_L = \frac{1}{3}[X_L(\Theta^0_L)^2 + Y_L(\Theta^1_L)^2 + Z_L(\Theta^2_L)^2] \quad (2)$$

et

$$\tau_{LL'} = \frac{1}{3}[\xi_{LL'}(\Theta^0_L\,\Theta^0_{L'}) + \eta_{LL'}(\Theta^1_L\,\Theta^1_{L'}) + \zeta_{LL'}(\Theta^2_L\,\Theta^2_{L'})] \quad (3)$$

Les fonctions $\Theta^m_L(\theta)$ sont définies par la relation :

$$\Theta^m_L(\theta) = \left\{\frac{2L+1}{4\pi}\,\frac{(L-m)\,!}{(L+m)\,!}\right\}^{1/2} P^m_L(\cos\theta).$$

La connaissance des quantités $X_L\, Y_L\, Z_L\, \xi_{LL'}\, \eta_{LL'}$ et ζ_{LL} suffit ainsi à la détermination de la section efficace et nous donnons leurs expressions sous forme de tableaux.

Le coefficient d'une ligne A et d'une colonne B correspond à une expression de la forme :

$$A^*B + AB^*$$

sauf si les deux termes sont égaux, auquel cas le terme correspondant est A^*A.

Les notations utilisées sont les suivantes :

$$L_J = (e^{\lambda_J}\,\varepsilon^{\alpha}_{J} + e^{-\lambda_J}\,\varepsilon^{\gamma}_{J})/2\ \text{ch}\ \lambda_J$$

$$M_J = (\varepsilon^{\alpha}_{J} - \varepsilon^{\gamma}_{J})/2\ \text{ch}\ \lambda_J$$

$$N_J = (e^{-\lambda_J}\,\varepsilon^{\alpha}_{J} + e^{\lambda_J}\,\varepsilon^{\gamma}_{J})/2\ \text{ch}\ \lambda_J$$

$$P_J = \varepsilon^{\beta}_{J}$$

où l'on a posé :

$$\begin{cases} \varepsilon^{s}_{J} = e^{i\delta^{s}_{J}} \sin \delta^{s}_{J} & s = \alpha, \beta, \gamma \\ \eta^{\alpha}_{J} = e^{-\lambda_J} \\ \eta^{\gamma}_{J} = -e^{\lambda_J}. \end{cases}$$

Ceci permet de calculer les termes pour toute valeur de L et L'. Il suffit, pour cela, d'avoir les expressions explicites en polynômes de Legendre, de

$$(\Theta^m_L\,\Theta^m_{L'}) \qquad m = 0, 1, 2.$$

$\xi_{LL'}$

	M_{L-1}	N_{L-1}
$M_{L'-1}$	$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)L'(L'-1)}{(2L+1)(2L'+1)}}$	$\frac{L+1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)}{(2L+1)(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$\frac{L'+1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)}{(2L+1)(2L'+1)}}$	$\frac{3LL'-(L+L')+1}{2\sqrt{(2L+1)(2L'+1)}}$
$P_{L'}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(2L'+1)}{(2L+1)}}$	$\frac{L-1}{2}\sqrt{\frac{2L'+1}{2L+1}}$
$L_{L'+1}$	$\frac{L'}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)}{(2L+1)(2L'+1)}}$	$\frac{3LL'+4L-L'-2}{2\sqrt{(2L+1)(2L'+1)}}$
$M_{L'+1}$	$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(L'+1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)}}$	$\frac{L+1}{2}\sqrt{\frac{(L'+1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)}}$

	P_L
$M_{L'-1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)(2L+1)}{(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$\frac{L'-1}{2}\sqrt{\frac{2L+1}{2L'+1}}$
$P_{L'}$	$\frac{1}{2}\sqrt{(2L+1)(2L'+1)}$
$L_{L'+1}$	$\frac{L'+2}{2}\sqrt{\frac{2L+1}{2L'+1}}$
$M_{L'+1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L'+1)(L'+2)(2L+1)}{2L'+1}}$

	L_{L+1}	M_{L+1}
$M_{L'-1}$	$\frac{L}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)}{(2L+1)(2L'+1)}}$	$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{(L+1)(L+2)L'(L'-1)}{(2L+1)(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$\frac{3LL'+4L'-L-2}{2\sqrt{(2L+1)(2L'+1)}}$	$\frac{L'+1}{2}\sqrt{\frac{(L+1)(L+2)}{(2L+1)(2L'+1)}}$
$P_{L'}$	$\frac{L+2}{2}\sqrt{\frac{2L'+1}{2L+1}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L+1)(L+2)(2L'+1)}{2L+1}}$
$L_{L'+1}$	$\frac{3LL'+4(L+L')+6}{2\sqrt{(2L+1)(2L'+1)}}$	$\frac{L'}{2}\sqrt{\frac{(L+2)(L-1)}{(2L+1)(2L'+1)}}$
$M_{L'+1}$	$\frac{L}{2}\sqrt{\frac{(L'-2)(L'-1)}{(2L+1)(LL'+1)}}$	$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{(L+1)(L+2)(L'+1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)}}$

$\eta_{LL'}$

	$\underline{M_{L-1}}$	$\underline{N_{L-1}}$
$M_{L'-1}$	$2\sqrt{\dfrac{(L^2-1)\,(L'^2-1)}{(2L+1)\,(2L'+1)}}$	$\sqrt{\dfrac{(L+1)\,(L'^2-1)}{L(2L+1)\,(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$\sqrt{\dfrac{(L'+1)\,(L^2-1)}{L'(2L+1)\,(2L'+1)}}$	$\dfrac{2LL'-(L+L')+1}{\sqrt{(2L+1)\,(2L'+1)}}\sqrt{\dfrac{(L+1)\,(L'+1)}{LL'}}$
$P_{L'}$	$-\sqrt{\dfrac{(L^2-1)\,(2L'+1)}{L'(L'+1)\,(2L+1)}}$	$(L-1)\sqrt{\dfrac{(L+1)\,(2L'+1)}{LL'(L'+1)\,(2L+1)}}$
$L_{L'+1}$	$\sqrt{\dfrac{L'(L^2-1)}{(L'+1)\,(2L+1)\,(2L'+1)}}$	$-\dfrac{2LL'+3L-L'-2}{\sqrt{(2L+1)\,(2L'+1)}}\sqrt{\dfrac{L'(L+1)}{L(L'+1)}}$
$M_{L'+1}$	$-2\sqrt{\dfrac{L'(L'+2)\,(L^2-1)}{(2L+1)\,(2L'+1)}}$	$-\sqrt{\dfrac{L'(L'+2)\,(L+1)}{L(2L+1)\,(2L'+1)}}$

	$\underline{P_L}$
$M_{L'-1}$	$-\sqrt{\dfrac{(L'^2-1)\,(2L+1)}{L(L+1)\,(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$(L'-1)\sqrt{\dfrac{(L'+1)\,(2L+1)}{LL'(L+1)\,(2L'+1)}}$
$P_{L'}$	$\sqrt{\dfrac{(2L+1)\,(2L'+1)}{L(L+1)\,L'(L'+1)}}$
$L_{L'+1}$	$-(L'+2)\sqrt{\dfrac{L'(2L+1)}{L(L+1)\,(L'+1)\,(2L'+1)}}$
$M_{L'+1}$	$\sqrt{\dfrac{L'(L'+2)\,(2L+1)}{(2L'+1)\,L(L+1)}}$

	$\underline{L_{L+1}}$	$\underline{M_{L+1}}$
$M_{L'-}$	$\sqrt{\dfrac{L(L'^2-1)}{(L+1)\,(2L+1)\,(2L'+1)}}$	$-2\sqrt{\dfrac{L(L+2)\,(L'^2-1)}{(2L+1)\,(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$-\dfrac{2LL'+3L'-L-2}{\sqrt{(2L+1)\,(2L+1)}}\sqrt{\dfrac{L(L'+1)}{L'(L+1)}}$	$-\sqrt{\dfrac{L(L+2)\,(L'+1)}{L'(2L+1)\,(2L'+1)}}$
$P_{L'}$	$-(L+2)\sqrt{\dfrac{L(2L'+1)}{L'(L'+1)\,(L+1)\,(2L+1)}}$	$\sqrt{\dfrac{L(L+2)\,(2L'+1)}{L'(L'+1)\,(2L+1)}}$
$L_{L'+1}$	$\dfrac{2LL'+3(L+L')+5}{\sqrt{(2L+1)\,(2L'+1)}}\sqrt{\dfrac{LL'}{(L+1)\,(L'+1)}}$	$-\sqrt{\dfrac{L(L+2)L'}{(2L+1)\,(2L'+1)\,(L'+1)}}$
$M_{L'+1}$	$-\sqrt{\dfrac{L'(L'+2)L}{(2L+1)\,(2L'+1)\,(L+1)}}$	$2\sqrt{\dfrac{L(L+2)\,L'(L'+2)}{(2L+1)\,(2L'+1)}}$

$\zeta^{LL'}$

	M_{L-1}	N_{L-1}
$M_{L'-1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L+1)(L+2)(L'+1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L-1)(L+1)(L+2)(L'+1)(L'+2)}{L(2L+1)(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L'-1)(L'+1)(L'+2)(L+1)(L+2)}{L'(2L+1)(2L'+1)}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L-1)(L+1)(L+2)(L'-1)(L'+1)(L'+2)}{LL'(2L+1)(2L'+1)}}$
$P_{L'}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L'-1)(L'+2)(L+1)(L+2)(2L'+1)}{L'(L'+1)(2L+1)}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L'-1)(L'+2)(L-1)(L+1)(L+2)(2L'+1)}{LL'(L'+1)(2L+1)}}$
$L_{L'+1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)(L'+2)(L+1)(L+2)}{(2L'+1)(2L+1)(L'+1)}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)(L'+2)(L-1)(L+1)(L+2)}{(2L'+1)(2L+1)(L'+1)L}}$
$M_{L'+1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)(L+1)(L+2)}{(2L'+1)(2L+1)}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)(L-1)(L+1)(L+2)}{(2L'+1)(2L+1)L}}$

	P_L
$M_{L'-1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L-1)(L+2)(L'+1)(L'+2)(2L+1)}{L(L+1)(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L-1)(L+2)(L'-1)(L'+1)(L'+2)(2L+1)}{LL'(2L'+1)(L+1)}}$
$P_{L'}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L-1)(L+2)(L'-1)(L'+2)(2L+1)(2L'+1)}{LL'(L+1)(L'+1)}}$
$L_{L'+1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)(L'+2)(L-1)(L+2)(2L+1)}{(2L'+1)(L'+1)L(L+1)}}$
$M_{L'+1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)(L-1)(L+2)(2L+1)}{(2L'+1)L(L+1)}}$

	L_{L+1}	M_{L+1}
$M_{L'-1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(L+2)(L'+1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)(L+1)}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(L'+1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)}}$
$N_{L'-1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(L+2)(L'-1)(L'+1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)(L+1)L'}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(L'-1)(L'+1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)L'}}$
$P_{L'}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(L+2)(L'-1)(L'+2)(2L'+1)}{(2L+1)(L+1)L'(L'+1)}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(L'-1)(L'+2)(2L'+1)}{(2L+1)L'(L'+1)}}$
$L_{L'+1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)(L+2)L'(L'-1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)(L+1)(L'+1)}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)L'(L'-1)(L'+2)}{(2L+1)(2L'+1)(L'+1)}}$
$M_{L'+1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L'(L'-1)L(L-1)(L+2)}{(2L'+1)(2L+1)(L+1)}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L(L-1)L'(L'-1)}{(2L+1)(2L'+1)}}$

X_L

	M_{L-1}	N_{L-1}	P_L	L_{L+1}	M_{L+1}
M_{L-1}	$\frac{3}{2}\frac{L(L-1)}{2L+1}$				
N_{L-1}	$\frac{L+1}{2}\frac{\sqrt{L(L-1)}}{2L+1}$	$\frac{3L^2-2L+1}{2(2L+1)}$			
P_L	$-\frac{1}{2}\sqrt{L(L-1)}$	$\frac{L-1}{2}$	$\frac{2L+1}{2}$		
L_{L+1}	$\frac{L}{2}\frac{\sqrt{L(L-1)}}{2L+1}$	$\frac{3L^2+3L-2}{2(2L+1)}$	$\frac{L+2}{2}$	$\frac{3L^2+8L+6}{2(2L+1)}$	
M_{L+1}	$\frac{3}{2}\frac{\sqrt{L(L^2-1)(L+2)}}{2L+1}$	$\frac{(L+1)}{2}\frac{\sqrt{(L+1)(L+2)}}{2L+1}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{(L+1)(L+2)}$	$\frac{L}{2}\frac{\sqrt{(L+1)(L+2)}}{2L+1}$	$\frac{3}{2}\frac{(L+1)(L+2)}{2L+1}$

Y_L

	M_{L-1}	N_{L-1}	P_L	L_{L+1}	M_{L+1}
M_{L-1}	$2\frac{L^2-1}{2L+1}$				
N_{L-1}	$\frac{L+1}{2L+1}\sqrt{\frac{L-1}{L}}$	$\frac{2L^2-2L+1}{2L+1}\frac{L+1}{L}$			
P_L	$-\sqrt{\frac{L-1}{L}}$	$\frac{L-1}{L}$	$\frac{2L+1}{L(L+1)}$		
L_{L+1}	$\frac{\sqrt{L(L-1)}}{2L+1}$	$-\frac{2(L^2+L-1)}{2L+1}$	$-\frac{L+2}{L+1}$	$\frac{L(2L^2+6L+5)}{(L+1)(2L+1)}$	
M_{L+1}	$-2\frac{\sqrt{L(L^2-1)(L+2)}}{2L+1}$	$-\frac{\sqrt{(L+1)(L+2)}}{2L+1}$	$\sqrt{\frac{L+2}{L+1}}$	$-\frac{L}{2L+1}\sqrt{\frac{L+2}{L+1}}$	$\frac{2L(L+2)}{2L+1}$

Z_L

	M_{L-1}	N_{L-1}	P_L	N_{L+1}	M_{L+1}
M_{L-1}	$\frac{1}{2}\frac{(L+1)(L+2)}{2L+1}$				
N_{L-1}	$-\frac{1}{2}\frac{(L+1)(L+2)}{2L+1}\sqrt{\frac{L-1}{L}}$	$\frac{1}{2}\frac{(L^2-1)(L+2)}{L(2L+1)}$			
P_L	$\frac{1}{2}(L+2)\sqrt{\frac{L-1}{L}}$	$-\frac{1}{2}\frac{(L-1)(L+2)}{L}$	$\frac{1}{2}\frac{(L-1)(L+2)}{L(L+1)}(2L+1)$		
N_{L+1}	$-\frac{1}{2}\frac{L+2}{(2L+1)}\sqrt{L(L-1)}$	$\frac{1}{2}\frac{(L-1)(L+2)}{2L+1}$	$-\frac{1}{2}\frac{(L-1)(L+2)}{L+1}$	$\frac{1}{2}\frac{L(L-1)(L+2)}{(L+1)(2L+1)}$	
M_{L+1}	$\frac{1}{2}\frac{\sqrt{L(L^2-1)(L+2)}}{2L+1}$	$-\frac{1}{2}\frac{(L-1)\sqrt{(L+1)(L+2)}}{(2L+1)}$	$\frac{1}{2}(L-1)\sqrt{\frac{L+2}{L+1}}$	$-\frac{1}{2}\frac{L(L-1)}{2L+1}\sqrt{\frac{L+2}{L+1}}$	$\frac{1}{2}\frac{L(L-1)}{2L+1}$

Nous avons effectué les calculs jusqu'à $L = 3$, $L' = 3$, ce qui a permis d'avoir une formule de la section efficace différentielle comprenant les états S, P, D, F. Des tableaux numériques ont été dressés, reproduisant les six tableaux précédents pour toutes les combinaisons de L et $L' \leqslant 3$. Ils ont conduit à l'établissement de la formule que nous donnons ci-dessous.

$$\frac{d\sigma(\theta, \Phi)}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \sum_0^6 W_i \, P_i(\cos\theta)$$

$$\left\| \begin{array}{l} \eta_1^\alpha = e^{-\lambda} \\ \eta_2^\alpha = e^{-\mu} \end{array} \right.$$

$$({}^3L_J) = \sin^2 \delta_J^{\alpha,\beta,\gamma}$$

$$\alpha \to L = J + 1$$

$$\beta \to L = J$$

$$\gamma \to L = J + 1$$

$$({}^3L_J + {}^3L'_{J'}) = 2 \sin \delta_J^{\alpha\beta\gamma} \sin \delta_{J'}^{\alpha'\beta'\gamma'} \cos[\delta_J^{\alpha,\beta,\gamma} - \delta_{J'}^{\alpha',\beta',\gamma'}]$$

$$W_0 = \frac{1}{3}({}^3P_0) + ({}^3S_1) + ({}^3P_1) + ({}^3D_1) + \frac{5}{3}[({}^3P_2) + ({}^3D_2) + ({}^3F_2)] + \frac{7}{3}[({}^3D_3) + ({}^3F_3)] + 3({}^3F_4)$$

$$\begin{aligned}
W_1 = {} & \frac{e^{-\lambda}}{6 \operatorname{ch} \lambda}(e^{\lambda} + \sqrt{2})^2 ({}^3P_0 + {}^3S_1) + \frac{e^{\lambda}}{6 \operatorname{ch} \lambda}(e^{-\lambda} - \sqrt{2})^2 ({}^3P_0 + {}^3D_1) + \frac{3}{2}({}^3P_1 + {}^3D_2) \\
& + \frac{e^{-\lambda}}{2 \operatorname{ch} \lambda}\left(e^{\lambda} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 ({}^3P_1 + {}^3S_1) + \frac{e^{\lambda}}{2 \operatorname{ch} \lambda}\left(e^{-\lambda} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 ({}^3P_1 + {}^3D_1) \\
& + ({}^3S_1 + {}^3P_2)\frac{1}{2 \operatorname{ch} \lambda \operatorname{ch} \mu}\left[\frac{5}{6} e^{\mu-\lambda}\left(e^{\lambda} + \frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2 + \frac{\sqrt{6}}{10} e^{-\lambda} + \sqrt{3} + \frac{9}{10} e^{-\lambda-\mu}\right] \\
& + ({}^3D_1 + {}^3P_2)\frac{1}{2 \operatorname{ch} \lambda \operatorname{ch} \mu}\left[\frac{5}{6} e^{\mu+\lambda}\left(e^{-\lambda} - \frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2 - \frac{\sqrt{6}}{10} e^{\lambda} - \sqrt{3} + \frac{9}{10} e^{\lambda-\mu}\right] \\
& + ({}^3S_1 + {}^3F_2)\frac{1}{2 \operatorname{ch} \lambda \operatorname{ch} \mu}\left[\frac{1}{60} e^{\mu-\lambda}(e^{-\mu} - 3\sqrt{6})^2 + \frac{1}{6}\sqrt{2}\, e^{-\mu} - \sqrt{3} + \frac{5}{6} e^{\lambda-\mu}\right] \\
& + ({}^3D_1 + {}^3F_2)\frac{1}{2 \operatorname{ch} \lambda \operatorname{ch} \mu}\left[\frac{1}{60} e^{\mu+\lambda}(e^{-\mu} - 3\sqrt{6})^2 - \frac{1}{6}\sqrt{2}\, e^{-\mu} + \sqrt{3} + \frac{5}{6} e^{-\lambda-\mu}\right] \\
& + ({}^3D_2 + {}^3P_2)\frac{e^{-\mu}}{4 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{\mu} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + ({}^3D_2 + {}^3F_2)\frac{e^{\mu}}{4 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{-\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + \frac{8}{3}({}^3D_2 + {}^3F_3) \\
& + ({}^3D_3 + {}^3P_2)\frac{7e^{-\mu}}{5 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{\mu} + \frac{1}{7\sqrt{6}}\right)^2 + ({}^3D_3 + {}^3F_2)\frac{7e^{\mu}}{5 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{-\mu} - \frac{1}{7\sqrt{6}}\right) + \frac{1}{3}({}^3D_3 + {}^3F_3) \\
& + \frac{27}{7}({}^3F_3 + {}^3F_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_2 = {} & \frac{1}{2}({}^3P_1) + ({}^3S_1)\frac{(e^{-\lambda} + 2\sqrt{2})^2}{8 \operatorname{ch}^2 \lambda} + ({}^3D_1)\frac{(e^{\lambda} - 2\sqrt{2})^2}{8 \operatorname{ch}^2 \lambda} + ({}^3S_1 + {}^3D_1)\frac{1}{\operatorname{ch}^2 \lambda}\left(\operatorname{sh} \lambda + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \\
& + ({}^3P_0 + {}^3P_2)\frac{e^{-\mu}}{3 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{\mu} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + ({}^3P_0 + {}^3F_2)\frac{e^{\mu}}{3 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{-\mu} - \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + ({}^3P_1 + {}^3P_2)\frac{3e^{-\mu}}{4 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{\mu} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 \\
& + ({}^3P_1 + {}^3F_2)\frac{3e^{\mu}}{4 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{-\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + ({}^3S_1 + {}^3D_2)\frac{5e^{-\lambda}}{6 \operatorname{ch} \lambda}\left(e^{\lambda} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + ({}^3D_1 + {}^3D_2)\frac{5e^{\lambda}}{6 \operatorname{ch} \lambda}\left(e^{-\lambda} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\
& + \frac{25}{42}({}^3D_2) + ({}^3P_2)\frac{1}{42 \operatorname{ch}^2 \mu}\left(\frac{7}{2} e^{\mu} + 4 e^{-\mu} + \sqrt{6}\right)^2 + ({}^3F_2)\frac{1}{42 \operatorname{ch}^2 \mu}\left(\frac{7}{2} e^{-\mu} + 4 e^{\mu} - \sqrt{6}\right)^2 + 2({}^3P_1 + {}^3F_3) \\
& + ({}^3P_2 + {}^3F_2)\frac{1}{7 \operatorname{ch}^2 \mu}\left(\operatorname{sh} \mu + \frac{1}{2\sqrt{6}}\right)^2 + ({}^3S_1 + {}^3D_3)\frac{7e^{-\lambda}}{6 \operatorname{ch} \lambda}\left(e^{\lambda} + \frac{\sqrt{2}}{7}\right)^2 + ({}^3D_1 + {}^3D_3)\frac{7e^{\lambda}}{6 \operatorname{ch} \lambda}\left(e^{-\lambda} - \frac{\sqrt{2}}{7}\right)^2 \\
& + \frac{20}{21}({}^3D_2 + {}^3D_3) + ({}^3P_2 + {}^3F_3)\frac{e^{-\mu}}{2 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{\mu} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + ({}^3F_2 + {}^3F_3)\frac{e^{\mu}}{2 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{-\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + \frac{16}{7}({}^3D_3) \\
& + \frac{7}{4}({}^3F_3) + ({}^3P_2 + {}^3F_4)\frac{27e^{-\mu}}{14 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{\mu} + \frac{1}{9}\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + ({}^3F_2 + {}^3F_4)\frac{27e^{\mu}}{14 \operatorname{ch} \mu}\left(e^{-\mu} - \frac{1}{9}\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 \\
& + \frac{25}{36}({}^3F_3 + {}^3F_4) + \frac{275}{84}({}^3F_4)
\end{aligned}$$

$$W_3 = ({}^3P_1 + {}^3D_2) + ({}^3D_3 + {}^3P_2)\frac{e^{-\mu}}{\operatorname{ch}\mu}\left(e^{\mu} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + ({}^3D_3 + {}^3F_2)\frac{e^{\mu}}{\operatorname{ch}\mu}\left(e^{-\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right) + ({}^3P_0 + {}^3D_3)$$

$$+ ({}^3S_1 + {}^3P_2)\frac{1}{2\operatorname{ch}\lambda\operatorname{ch}\mu}\left[\frac{9}{10}e^{\mu-\lambda} + \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{6}}{5}e^{-\lambda} + \frac{5}{6}e^{-\mu-\lambda}\left(e^{\lambda} + \frac{2\sqrt{2}}{5}\right)^2\right]$$

$$+ ({}^3D_1 + {}^3P_2)\frac{1}{2\operatorname{ch}\lambda\operatorname{ch}\mu}\left[\frac{9}{10}e^{\mu+\lambda} - \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{6}}{5}e^{\lambda} + \frac{5}{6}e^{-\mu+\lambda}\left(e^{-\lambda} - \frac{2\sqrt{2}}{5}\right)^2\right]$$

$$+ ({}^3D_1 + {}^3F_2)\frac{1}{2\operatorname{ch}\lambda\operatorname{ch}\mu}\left[\frac{9}{10}e^{\lambda-\mu} + \sqrt{3} - \frac{2\sqrt{6}}{5}e^{\lambda} + \frac{5}{6}e^{\lambda+\mu}\left(e^{-\lambda} - \frac{2\sqrt{2}}{5}\right)^2\right]$$

$$+ ({}^3S_1 + {}^3F_2)\frac{1}{2\operatorname{ch}\lambda\operatorname{ch}\mu}\left[\frac{9}{10}e^{-\lambda-\mu} - \sqrt{3} - \frac{2\sqrt{6}}{5}e^{-\lambda} + \frac{5}{6}e^{\mu-\lambda}\left(e^{\lambda} + \frac{2\sqrt{2}}{5}\right)^2\right]$$

$$+ 2({}^3P_1 + {}^3D_3) + ({}^3S_1 + {}^3F_3)\frac{7e^{-\lambda}}{6\operatorname{ch}\lambda}\left(e^{\lambda} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + ({}^3D_1 + {}^3F_3)\frac{7e^{\lambda}}{6\operatorname{ch}\lambda}\left(e^{-\lambda} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$+ 2({}^3D_2 + {}^3F_3) + ({}^3D_3 + {}^3P_2)\frac{3e^{-\mu}}{5\operatorname{ch}\mu}\left(e^{\mu} + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\right)^2 + ({}^3D_3 + {}^3F_2)\frac{3e^{\mu}}{5\operatorname{ch}\mu}\left(e^{-\mu} - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\right)^2$$

$$+ \frac{20}{27}({}^3D_3 + {}^3F_3) + ({}^3S_1 + {}^3F_4)\frac{3e^{-\lambda}}{2\operatorname{ch}\lambda}\left(e^{\lambda} + \frac{1}{3\sqrt{2}}\right)^2 + ({}^3D_1 + {}^3F_4)\frac{3e^{\lambda}}{2\operatorname{ch}\lambda}\left(e^{-\lambda} - \frac{1}{3\sqrt{2}}\right)^2$$

$$+ \frac{25}{18}({}^3D_2 + {}^3F_4) + \frac{22}{9}({}^3D_3 + {}^3F_4)$$

$$W_4 = \frac{40}{21}({}^3D_2) + ({}^3P_2)\frac{5}{42\operatorname{ch}^2\mu}(e^{-\mu} + 2\sqrt{6})^2 + ({}^3F_2)\frac{5}{42\operatorname{ch}^2\mu}(e^{\mu} - 2\sqrt{6})^2$$

$$+ ({}^3P_2 + {}^3F_2)\frac{20}{7\operatorname{ch}^2\mu}\left(\operatorname{sh}\mu + \frac{1}{2\sqrt{6}}\right)^2 + ({}^3S_1 + {}^3D_3)\frac{9e^{-\lambda}}{7\operatorname{ch}\lambda} + ({}^3D_1 + {}^3D_3)\frac{9e^{\lambda}}{7\operatorname{ch}\lambda}$$

$$+ \frac{3}{2}({}^3P_1 + {}^3F_3) + \frac{25}{42}({}^3D_2 + {}^3D_3) + ({}^3P_2 + {}^3F_3)\frac{5e^{-\mu}}{4\operatorname{ch}\mu}\left(e^{\mu} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + ({}^3F_2 + {}^3F_3)\frac{5e^{\mu}}{4\operatorname{ch}\mu}\left(e^{-\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$$

$$+ \frac{22}{21}({}^3D_3) + \frac{7}{33}({}^3F_3) + \frac{4}{3}({}^3P_0 + {}^3F_4) + \frac{5}{2}({}^3P_1 + {}^3F_4) + \frac{45}{22}({}^3F_3 + {}^3F_4)$$

$$+ \frac{351}{154}({}^3F_4) + ({}^3P_2 + {}^3F_4)\frac{55\,e^{-\mu}}{84\operatorname{ch}\mu}\left(e^{\mu} + \frac{3\sqrt{6}}{11}\right)^2 + ({}^3F_2 + {}^3F_4)\frac{55\,e^{\mu}}{84\operatorname{ch}\mu}\left(e^{-\mu} - \frac{3\sqrt{6}}{11}\right)^2$$

$$W_5 = \frac{65}{63}({}^3D_2 + {}^3F_3) + ({}^3P_2 + {}^3F_3)\frac{125}{63}\frac{e^{-\mu}}{\operatorname{ch}\mu} + ({}^3F_2 + {}^3F_3)\frac{125}{63}\frac{e^{\mu}}{\operatorname{ch}\mu} + \frac{25}{9}({}^3D_3 + {}^3F_3)$$

$$+ ({}^3S_1 + {}^3F_4)\frac{5e^{-\lambda}}{3\operatorname{ch}\lambda} + ({}^3D_1 + {}^3F_4)\frac{5e^{\lambda}}{3\operatorname{ch}\lambda} + \frac{25}{9}({}^3D_2 + {}^3F_4) + \frac{65}{63}({}^3F_3 + {}^3F_4)$$

$$W_6 = \frac{175}{44}({}^3F_3) + ({}^3P_2 + {}^3F_4)\frac{250}{99}\frac{e^{-\mu}}{\operatorname{ch}\mu} + ({}^3F_2 + {}^3F_4)\frac{250}{99}\frac{e^{\mu}}{\operatorname{ch}\mu} + \frac{125}{36}({}^3F_3 + {}^3F_4) + \frac{125}{132}({}^3F_4).$$

Cette formule permet de calculer numériquement la valeur de la section efficace différentielle lorsque l'on remplace les déphasages par leurs valeurs calculées à partir d'un potentiel donné.

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure où l'auteur a reçu l'hospitalité. Celui-ci tient très particulièrement à remercier M. Maurice Lévy, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Paris, qui a dirigé et conseillé ses recherches par ses précieux conseils.

Manuscrit reçu le 9 janvier 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] COOK, McMILLAN, PETERSON et SEWELL, *Phys. Rev.*, 1948, **72**, 1264.
[2] HADLEY, KELLY, LEITH, SEGRÉ, WIEGAND et YORK, *Phys. Rev.*, 1948, **73**, 1114.
[3] RARITA (W.) et SCHWINGER (J.), *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 436 et 556.
[4] JAUCH (J.), *Phys. Rev.*, 1945, **67**, 125.
[5] ASHKIN (J.) et WU (T. Y.), *Phys. Rev.*, 1948, **73**, 972.
[6] ROHRLICH (F.) et EISENSTEIN (J.), *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 705.
[7] CORBEN (H. C.) et SCHWINGER (J. S.), *Phys. Rev.*, 1940, **58**, 953.
[8] MOTT (N. F.) et MASSEY (H. S. W.), Theory of Atomic Collisions.
[9] BLATT et WEISSKOFF, Theoretical Nuclear Physics.

ÉTUDE OPTIQUE DES LAMES STRATIFIÉES D'HÉMINE DÉPOSÉES SUR SUPPORT SOLIDE

Par RENAUD RINALDI et STÉPHANE ROSI,
Laboratoire de Physique Générale de la Faculté des Sciences de Marseille.
Laboratoire de Physique Biologique de l'Université de Grenoble.

Sommaire. — L'étude optique des lames minces formées par la superposition des couches monomoléculaires d'hémine en nombre croissant montre que ces couches non comprimées n'ont pas une structure continue et homogène tandis que l'état lacunaire des lames formées de couches comprimées est réduit par la compression.

Les courbes représentant les facteurs de réflexion et de transmission en fonction de l'épaisseur dans le cas des couches comprimées ont alors l'allure de celles que donnent les couches métalliques absorbantes continues et homogènes.

Généralités. — Dans des travaux précédents [1] et [2] l'un de nous a montré, en collaboration avec P. Dubouloz, que l'étude optique des couches monomoléculaires donnait des résultats intéressants si l'on s'adressait à des couches formées par un corps organique absorbant.

Nous avons choisi comme premier matériel d'étude, l'hémine, pigment de constitution bien connue, qui présente quel que soit le solvant une bande d'absorption vers 4 000 Å et donne facilement à la surface de l'eau des couches monomoléculaires du type solide [3].

Une étude précédente [4] avait permis de mesurer en incidence normale, pour une série de douze lames d'épaisseur variant de une à douze couches monomoléculaires, les facteurs de réflexion R de la lame dans l'air et R' de la lame dans le verre, ainsi que le facteur de transmission T et les absorptions A et A' respectivement définies lorsque la lumière vient du côté air par la relation :

$$A = 1 - R - T$$

et lorsqu'elle vient du côté support par :

$$A' = 1 - R' - T.$$

Outre la mise en évidence de la bande d'absorption dans le violet, cette étude préliminaire a montré que, pour une longueur d'onde déterminée, les courbes représentatives des facteurs de réflexion et de transmission, en fonction de l'épaisseur des lames, présentaient des oscillations que nous avons alors essentiellement attribuées à l'état lacunaire des couches.

Nous nous sommes proposés ici de reprendre ce travail en essayant d'obtenir des lames plus homogènes en modifiant par compression la surface à déposer, et d'étudier des lames formées par un plus grand nombre de couches. Les résultats obtenus devraient alors se rapprocher de ceux que donne l'étude des lames métalliques minces [5], puisque le coefficient d'absorption atteint par l'hémine au voisinage du maximum est de l'ordre de grandeur des coefficients d'absorption métalliques.

Obtention des lames. — L'hémine peut être considérée comme le chlorure de l'hématine qui, avec la globine, constitue le pigment du sang. La présence de deux groupements carboxyles confère à la molécule une polarité qui l'oriente à la surface de l'eau ; tous les autres groupements étant en effet hydrophobes, la couche monomoléculaire superficielle sera constituée par des molécules littéralement fichées dans l'eau par les deux chaînes propioniques.

Insoluble dans l'eau, peu ou très peu soluble dans les solvants organiques, l'hémine est très soluble dans la pyridine avec laquelle elle donne une combinaison.

Le caractère polaire de la molécule lui permettant de donner facilement à la surface de l'eau une couche monomoléculaire de type solide, il est aisé d'amener cette couche à se déposer par écoulement sur un support transparent et d'en étudier les propriétés optiques.

En répétant plusieurs fois la même opération, on peut réaliser une lame d'hémine qui se présente comme un milieu stratifié comportant un grand nombre de couches monomoléculaires superposées.

La mesure par A. E. Alexander [3] de la surface moléculaire de l'hémine, qui est de 68 Å², permet de préparer une solution dont un volume connu, déposé à la surface de l'eau, donne une couche de surface déterminée. Le solvant est un mélange pyridine-benzène (1 pour 4) ce dernier corps facilite l'expansion de la couche qui s'étale sur l'eau à cause de sa faible solubilité et de son caractère polaire.

Le support de verre légèrement prismatique est placé horizontalement dans un cristallisoir que l'on remplit d'eau distillée à ras bord. La surface de l'eau est ensuite nettoyée au moyen d'une feuille de papier de soie posée à plat et retirée tangentiellement. Une boucle de soie paraffinée placée sur l'eau délimite à la surface de celle-ci une aire donnée ; il suffit alors de déposer à l'intérieur de la boucle une quantité déterminée de solution d'hémine.

Par élimination du solvant (évaporation du ben-

zène et dissolution de la pyridine) il reste à la surface de l'eau une lame monomoléculaire d'hémine de forme circulaire, isolée de la paroi et bien délimitée.

Afin de réduire les lacunes, on comprime la couche en déposant entre le fil de soie et le cristallisoir une petite quantité d'acide oléique qui se répand et exerce sur le pourtour de la couche une pression uniforme d'environ 30 dynes /cm. Le bord de la couche est déformé et la surface réduite d'environ 5 % avec des solutions fraîches. La couche monomoléculaire une fois organisée, on abaisse très lentement le niveau de l'eau afin qu'elle se dépose sur le support de verre La présence de petites lentilles d'acide oléique à la surface de l'eau assure, lors de l'écoulement, une pression constante en remplaçant les molécules d'acide oléique qui s'accrochent aux parois.

En répétant plusieurs fois cette opération sur le même support, on obtient un milieu stratifié formé par la superposition de couches monomoléculaires d'hémine. Nous avons ainsi réalisé deux séries de lames : l'une formée de lames de une à vingt couches uniquement cerclées, l'autre constituée par des lames comprenant de une à soixante couches monomoléculaires comprimées.

Mesures. — Pour chacune des lames de ces deux séries et pour vingt-deux longueurs d'onde couvrant le spectre de 3 760 à 6 250 Å, nous avons déterminé, en incidence normale, les facteurs de réflexion et de transmission R, R' et T, puis calculé les facteurs d'absorption A et A'.

Le spectrophotomètre utilisé, décrit par P. Bousquet [6], se compose d'une source stabilisée (lampe à filament de tungstène) suivie d'un monochromateur double à optique de quartz et d'une cellule photoélectrique à multiplicateurs d'électrons (montage de Lenouvel).

Le support sur lequel on dépose la couche est une lame de verre légèrement prismatique (environ 3°) ce qui, en les séparant, permet d'utiliser, selon la mesure envisagée, les faisceaux réfléchis sur l'une ou l'autre des faces du support.

A cet effet, le prisme dont l'arête est verticale, est porté par un châssis métallique monté sur glissières, permettant de déplacer la face utile dans un plan vertical. Après chaque dépôt, la moitié supérieure de la lame de verre est nettoyée afin de pouvoir comparer par déplacement du châssis, le faisceau intéressant la couche à celui qui n'a rencontré que le verre nu.

Les mesures des valeurs α_1 et α_2 des déviations du spot, proportionnelles aux flux comparés Φ_L et Φ_V ayant respectivement rencontré la lame et le verre nu, permettent de déduire les valeurs relatives des facteurs de réflexion et de transmission de la lame mince.

En effet, si Φ_0 est le flux incident, α la valeur du rapport α_1/α_2, R_V le facteur de réflexion du verre nu et A_V le facteur d'absorption du support, on a :

1° Pour R, facteur de réflexion de la lame mince côté air (*fig.* 1)

$$\Phi_L = \Phi_0 R; \quad \Phi_V = \Phi_0 R_V; \quad \alpha = \frac{\Phi_L}{\Phi_V} = \frac{R}{R_V} \quad \text{et} \quad R = \alpha R_V.$$

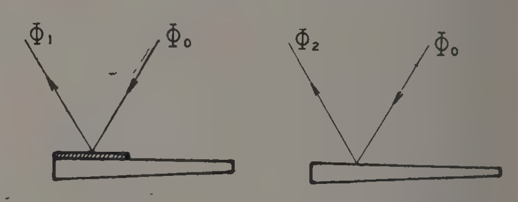


Fig. 1. — Mesure du facteur de réflexion côté air (pour la clarté du dessin les incidences n'ont pas été prises normales).

2° Pour R', facteur de réflexion de la lame mince côté verre (*fig.* 2)

$$\Phi_L = \Phi_0(1 - R_V)(1 - A_V) R'(1 - A_V)(1 - R_V) = \Phi_0 R'(1 - R_V)^2 (1 - A_V)^2$$

$$\Phi_V = \Phi_0(1 - R_V)(1 - A_V) R_V(1 - A_V)(1 - R_V) = \Phi_0 R_V(1 - R_V)^2 (1 - A_V)^2$$

$$\alpha' = \frac{\Phi_L}{\Phi_V} = \frac{R'}{R_V} \quad \text{et} \quad R' = \alpha' R_V.$$

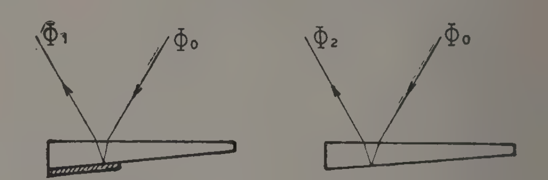


Fig. 2. — Mesure du facteur de réflexion côté support.

3° Pour T, facteur de transmission de la couche mince (*fig.* 3).

$$\Phi_L = \Phi_0 T(1 - A_V) R_V(1 - A_V) T = \Phi_0 T^2 R_V(1 - A_V)^2$$

$$\Phi_V = \Phi_0 R_V(1 - R_V)^2 (1 - A_V)^2$$

$$\alpha = \frac{\Phi_L}{\Phi_V} = \frac{T^2}{(1 - R_V)^2} \quad \text{et} \quad T^2 = \alpha(1 - R_V)^2.$$



Fig. 3. — Mesure du facteur de transmission

La comparaison d'un flux réfléchi sur le verre utilisé et sur une surface de quartz, le facteur de réflexion du quartz étant calculable, permet de déterminer le facteur de réflexion R_V du verre utilisé et par là même le facteur de réflexion absolu des lames. Les facteurs de réflexion et de transmission sont ainsi déterminés à 2 ou 3.10^{-3} près.

Résultats des mesures. — I. Couches non comprimées. — Cette série, qui a comporté des lames successives formées de une à vingt couches superposées, met en évidence une bande d'absorption (*fig.* 4), dès la première couche, pour une longueur d'onde de 4 000 Å. Les courbes représentant les

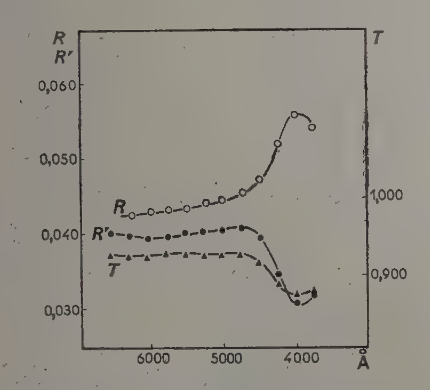


Fig. 4. — Lames non comprimées.
Variations de R, R', T, en fonction de la longueur d'onde pour une lame de 9 couches d'épaisseur.

différents facteurs, R, R' et T varient peu d'une lame à l'autre et rappellent celles du travail précité [4] aux ordonnées près.

En étudiant les différents facteurs en fonction du nombre de couches, on note (*fig.* 5) que les

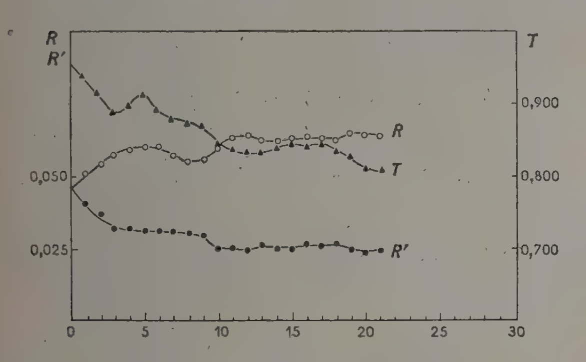


Fig. 5. — Lames non comprimées.
Facteurs de réflexion côté air R côté support R' et transmission T, en fonction du nombre de couches pour la longueur d'onde 4 000 Å.

oscillations présentées par les courbes donnant R, R' et T en fonction des épaisseurs, sont légèrement décalées et beaucoup moins apparentes que celles obtenues précédemment [4], lorsque le fil de soie n'isolait pas la lame et que des pertes d'hémine sur les parois pouvaient alors se produire lors de l'écoulement. Ces oscillations, que nous avions attribuées à l'état lacunaire des lames, étant plus aplaties, et les facteurs de réflexion du côté air étant nettement plus élevés, on peut penser que dans le cas présent les couches sont plus homogènes. De plus, le fait que ces oscillations paraissent s'amortir à partir de la treizième lame peut laisser supposer que l'ensemble des couches forme déjà, par compensation, un milieu plus régulièrement homogène nous rapprochant de ceux que l'on réalise avec les lames métalliques.

II. Lames comprimées. — Pour les premières lames, les courbes donnant R, R' et T ont la même allure que celles relatives aux couches non comprimées (*fig.* 6). Elles en diffèrent toutefois par des

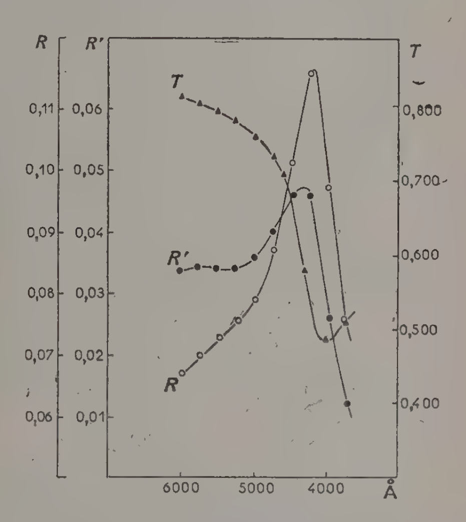


Fig. 6. — Lames comprimées.
Variations de R, R', T en fonction de la longueur d'onde pour une lame de 21 couches d'épaisseur.

valeurs absolues différentes pour R et R', par un maximum ou un minimum beaucoup plus accusé et par le fait que les courbes sont nettement décalées lorsqu'on passe d'une lame à la suivante. A mesure que le nombre de couches augmente, non seulement les courbes se resserrent, mais leur forme varie et les maxima et minima se déplacent. Ainsi, pour le facteur de réflexion côté air R, le maximum croît et passe de 4 000 Å pour les premières couches à 4 250 Å pour la 21e, tandis que sa valeur diminue ensuite rapidement. Pour le facteur de réflexion côté support R', le minimum est également plus accusé, se déplace vers les courtes longueurs d'onde (nettement au-dessous de 3 750 Å pour la 10e couche) alors qu'un sommet apparaît pour la 10e couche vers 4 500 Å, croît jusqu'à la 31e couche en se déplaçant vers les courtes longueurs d'onde puis décroît ensuite en revenant vers son point de départ. On constate également qu'entre la 31e et la 38e couche, R' continue à augmenter pour les grandes longueurs d'onde tandis qu'il diminue pour les petites, ce qui amène pour ces lames un pivotement des courbes autour de 5 000 Å. Enfin,

pour T, les courbes sont beaucoup plus régulières et gardent la même allure avec un minimum immobile.

Pour étudier les facteurs de réflexion et de transmission en fonction du nombre de couches, nous avons tracé les courbes relatives aux longueurs d'onde suivantes :

3 730 — 4 000 — 4 250 — 4 600 — 4 950 — 5 450 Å

dont les trois premières correspondent à la bande d'absorption sont les plus caractéristiques. Nous avons représenté (*fig.* 7) celle qui correspond

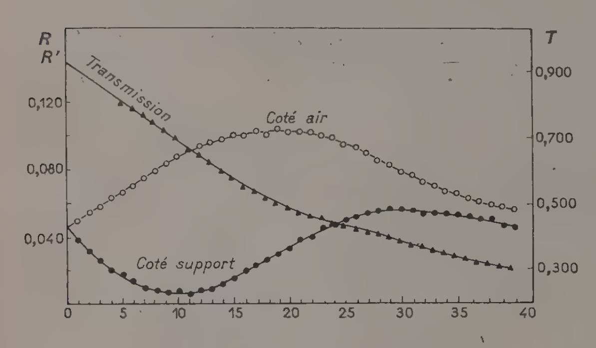


Fig. 7. — Lames comprimées.
Facteurs de réflexion côté air, côté support, et transmission en fonction du nombre de couches pour la longueur d'onde 4 000 Å.

à 4 000 Å, les autres sont semblables, mais le maximum de R est obtenu pour un nombre de couches variable avec la longueur d'onde et correspond à 40 couches pour 5 450 Å. Aucune de ces courbes ne fait apparaître d'oscillation et leur évolution est comparable à celle des lames métalliques absorbantes. L'absorption ne paraît pas varier régulièrement avec le nombre de couches jusqu'à la 8e, puis les courbes très régulières qui sont presque des droites jusqu'à la 40e couche, s'incurvent ensuite légèrement vers le bas.

Conclusions. — Cette étude semble faire apparaître deux ordres de faits :

1° Les couches monomoléculaires non comprimées, bien qu'elles soient parfaitement isolées par un cerclage, et par conséquent non soumises aux tractions accidentelles, se comportent optiquement, comme des couches non isolées. Si nous attribuons ce résultat au manque d'homogénéité des couches, nous sommes en accord avec l'étude du potentiel de surface sur le fait que l'idée de couches monomoléculaires solides n'implique pas forcément celle d'une structure continue et homogène [3]. Ces couches peuvent en effet être composées par une association de « plaques solides » séparées et formées elles-mêmes de molécules jointives.

Lors du dépôt sur le support solide les forces de traction qui s'exercent alors sur la couche monomoléculaire ne peuvent qu'accentuer cet état fragmentaire, favorisant ainsi cette structure lacunaire avec laquelle semble s'accorder nos résultats expérimentaux.

2° Dans le cas des lames formées par la superposition des couches comprimées, les courbes représentant les facteurs de réflexion et de transmission en fonction de l'épaisseur ne présentent plus d'oscillations et ont l'allure de celles que donnent les couches métalliques continues et absorbantes. Ceci paraît être dû au fait que la pression exercée a réduit les lacunes en serrant les unes contre les autres les molécules déjà orientées sur l'eau. On a sans doute dans ce cas un état analogue aux « closed packed chaines » d'Harkins et lors du dépôt la lame se découpe, par glissement des molécules sans que les forces de traction puissent provoquer des lacunes. En somme, l'état lacunaire des couches obtenues précédemment, et que l'on pouvait attribuer d'une part à des causes accidentelles trouvant leur origine dans l'étirement de ces derniers lors du dépôt par accrochage sur les parois et, d'autre part, à la constitution même de la couche, se trouve réduit respectivement par cerclage qui isole les couches des parois, et par compression. Il paraît donc logique, pour les mesures à envisager à l'avenir, d'opérer sur des couches cerclées et comprimées, en raison de leur comportement comme des lames homogènes et continues.

Manuscrit reçu le 16 avril 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Dubouloz et Rinaldi, *Revue d'Optique*, 1954, **33**, 630.
[2] Rinaldi et Dubouloz, *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 1697-1700.
[3] Alexander (A. E.), *J. Chem. Soc.*, 1937, **2**, 1813.
[4] Rinaldi, *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 61-64.
[5] Rouard, Propriétés optiques des lames minces solides. *Mémorial des Sciences Physiques*. Gauthier-Villars, Paris, 1952.
[6] Bousquet, *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1485 et *Thèse* de Doctorat ès-Sciences, Paris, 29 février 1956.

SUR L'ABSORPTION NUCLÉAIRE DES PHOTONS

Par C. TZARA,
Service de Physique nucléaire, Saclay.

Sommaire. — Une résonance particulièrement intense dans l'absorption des photons par ^{12}C existe à 22,8 MeV ; à cette énergie, la pente de la courbe d'activation par réaction (γ, n) présente une discontinuité attribuée à un niveau de largeur $\Gamma < 40$ keV. La limite supérieure trouvée pour la section efficace d'absorption conduit à attribuer à ce niveau une largeur $\Gamma_n > 400$ keV, en contradiction avec les conclusions déduites de l'interprétation des courbes d'activation.

Divers travaux concernant les réactions photonucléaires induites par des rayons X de bremsstrahlung ont mis en évidence des discontinuités de pente dans les courbes d'activation (1) [1, 2, 3, 4, 5]. Elles ont été attribuées par Katz et al. à l'effet de résonances étroites dans la section efficace $\sigma_{\gamma n}$.

Il est possible de déterminer les sections efficaces intégrées de chaque résonance. Elles ont été évaluées pour ^{12}C, ^{16}O, ^{19}F, ^{7}Li [1, 2, 5]. D'autre part, se basant sur le fait que la pente varie rapidement dans un petit domaine d'énergie, ces auteurs ont assigné une limite supérieure de l'ordre de 40 keV à la largeur de ces résonances séparées par des intervalles de l'ordre de quelques centaines de keV. Enfin la somme des sections efficaces intégrées ainsi déterminées est de l'ordre de la section efficace intégrée déterminée par les méthode applicables aux sections efficaces monotones. Ainsi semble s'imposer l'image de résonances étroites entre lesquelles $\sigma_{\gamma n}$ est négligeable, et ceci jusqu'à 23 MeV, énergie maxima atteinte dans le cas de ^{12}C et de ^{16}O.

Nous avons cherché à compléter les renseignements sur ces résonances en étudiant l'absorption des photons au voisinage d'une cassure. En effet, appliquons dans la région d'une résonance la formule de Breit et Wigner à 1 niveau.

Réaction (γ, n)

$$\sigma_{\gamma n} = \pi g \lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_\gamma \Gamma}{(E - E_i)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \frac{\Gamma_n}{\Gamma} ; \quad \Sigma_{\gamma n} = 2\pi^2 g \lambda\!\!\!^{-2} \Gamma_\gamma \Gamma_n / \Gamma$$

Absorption

$$\sigma_{abs} = \pi g \lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_\gamma \Gamma}{(E - E_i)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} ; \quad \Sigma_{abs} = 2\pi^2 g \lambda\!\!\!^{-2} \Gamma_\gamma .$$

Par une expérience d'absorption, nous pouvons atteindre σ_{abs} et tirer, par comparaison avec $\Sigma_{\gamma n}$ la valeur de Γ_n.

Principe expérimental. — Il consiste à étudier l'activation de deux détecteurs identiques séparés par un absorbant contenant ν noyaux/cm². Appelons A l'activation du détecteur avant l'absorbant pour une énergie maxima du spectre $E_0 > E_i$; A_0 l'activation extrapolée jusqu'à E_0 à partir de la courbe d'activation avant la cassure et A' et A'_0 les mêmes grandeurs relatives au détecteur situé après l'absorbant.

Le surcroît d'activation dû à la résonance est :

$$\Delta = A - A_0 = \int_Q^{E_0} N(E, E_0) \; \sigma_{\gamma n}(E) \, dE$$

où $N(E, E_0)\,dE$ représente le nombre de photons du spectre d'énergie maxima E_0 dans la bande $(E, E + dE)$ normalisé pour que

$$\int_Q^{E_0} E \; N(E, E_0) \, dE = C^{te}$$

à toutes les énergies E_0 et de même :

$$\Delta' = A' - A'_0 = \int_Q^{E_0} e^{-S\nu}(E, E_0) \; \sigma_{\gamma n}(E) \, dE$$

où $S = S_{\text{électronique}} + S_{\text{nucléaire}}$ de l'absorbant avec $S_{\text{nucléaire}} = S_n + S'_n$

$$\begin{cases} S_n \text{ monotone} \\ S'_n \text{ résonance.} \end{cases}$$

En supposant que $S'_n \nu \ll 1$, nous pouvons récrire

$$\Delta' = \int_Q^{E_0} e^{-(S_e + S_n)\nu} N(E, E_0) \; \sigma_{\gamma n}(E)(1 - S'_n \nu) dE$$

$$= \int_Q^{E_0} e^{-S(E)\nu} \; N(E, E_0) \, \sigma_{\gamma n}(E) dE - e^{-S(E_i)\nu} N(E_i, E_0) \Sigma_{\gamma n}.$$

De la comparaison de Δ et Δ' on tire $S'n\,(E_i)$.

La méthode est d'autant plus sensible que, toute chose égale d'ailleurs, $\frac{S'_n(E_i)}{S_n(E_i)}$ est grand et que la résonance E_i est prédominante par rapport aux précédentes. C'est le ces si les détecteurs et l'absorbant présentent une résonance à la même énergie E_i ; nous avons choisi les détecteurs de même nature que l'absorbant.

Dans ce cas :

$$\Delta' = \int_Q^{E_0} N(E, E_0) \, e^{-S\nu} \, \sigma_{\gamma n}(E) \, e^{-\sigma_{abs}\nu} \, dE$$

(1) Nous les appellerons, par abréviation, cassures.

où S groupe l'absorption électronique et la partie monotone de l'absorption nucléaire :

$$\Delta' \simeq N(E_i, E_0)\, e^{-S(E_i)\nu}\, \Sigma_{\gamma n}\left[1 - \frac{\nu}{\pi}\frac{\Sigma_{abs}}{\Gamma}\right].$$

Évaluons l'accroissement relatif d'activation :

$$\varepsilon = \frac{A}{A_0} = \frac{N(E_i, E_0)\,\Sigma_{\gamma n}}{A_0}$$

$$\varepsilon' = \frac{e^{-S(E_i)\nu}\, N(E_i E_0)\,\Sigma_{\gamma n}\left(1 - \frac{\nu}{\pi}\frac{\Sigma_{abs}}{\Gamma}\right)}{e^{-\bar{S}\nu}\, A_0} = \frac{N(E_i E_0)}{A_0}\left(1 - \frac{\nu \Sigma_{abs}}{\pi\, \Gamma}\right).$$

Car S, qui est surtout dû aux interactions avec les électrons, varie peu dans ce domaine d'énergie et $\bar{S} \simeq S(E_i)$.

Une grandeur qu'on peut atteindre facilement est le rapport des activations $\rho = \dfrac{A'}{A}$ et la variation relative avant et après la résonance :

$$\rho = \frac{A'}{A} = \frac{A'_0}{A_0}\frac{1+\varepsilon'}{1+\varepsilon}\,;\; \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\left(1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\frac{\nu}{\pi}\frac{\Sigma_{abs}}{\Gamma}.$$

Résultats expérimentaux. — $\dfrac{\Delta\rho}{\rho_0}$ sera d'autant plus grand que $\dfrac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$, ν et $\dfrac{\Sigma_{abs}}{\Gamma}$ sont grands. Il faut en outre que les statistiques de comptage restent importantes même après absorption. Il faut donc travailler à haute énergie ; les largeurs de radiation, dans le modèle à particules indépendantes, croissent plus vite que le cube de l'énergie et on peut s'attendre à ce que $\dfrac{\Sigma_{abs}}{\Gamma}$ croisse avec l'énergie. Le cas de la résonance à 22,8 MeV semble particulièrement favorable. Katz et al. ont trouvé $\varepsilon = 0{,}2$ pour $E_0 - E = 200$ keV et $\Sigma_{\gamma n} = 3.10^{-23}$ cm^2 . keV. L'absorbant était constitué par une tige de graphite de densité 1,8, de longueur 40 cm soit $\nu = 3{,}6\ 10^{24}$ noyaux.

Les détecteurs étaient des disques de graphite identiques. Ils étaient groupés par couples. Le rapport de l'activation des deux disques de chaque couple dans un ordre déterminé était mesuré et servait à la correction des résultats avec l'absorbant interposé. Des courbes d'activation grossières ont été relevées pour vérifier que l'étalonnage en énergie du bétatron était correct. Les comptages, la dérive des compteurs, les erreurs de position des détecteurs introduisent des erreurs relatives sur ρ inférieures à 1 %. Nous n'avons pu conserver que deux séries de mesures valables, notre bétatron ayant eu quelques accidents de fonctionnement tels que retards d'allumage du thyratron commandant l'expansion de l'orbite électronique.

Compte tenu des erreurs relatives $0 \leqslant \dfrac{\Delta\rho}{\rho_0} \leqslant 10^{-2}$ soit

$$\sigma_{abs} = \frac{\Sigma_{abs}}{\Gamma} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\frac{\pi}{\nu}\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} = 5{,}2.10^{-26}\ \text{cm}^2$$

(cf. *fig.* 1).

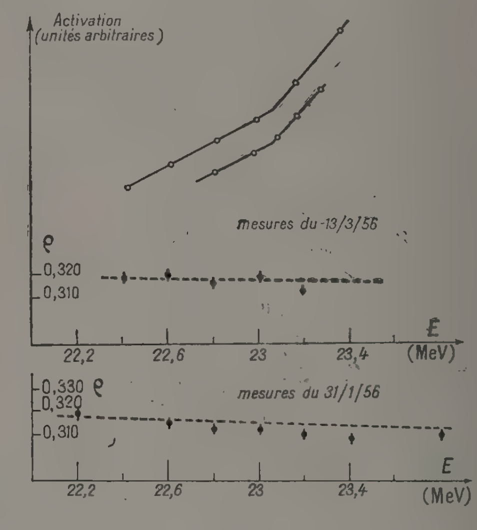


Fig. 1.

Discussion de ce résultat. — 1° Katz et al. affirment que $\Gamma < 40$ keV ; on aurait donc

$$\Sigma_{abs} < 2.10^{-24}\ \text{cm}^2.\text{keV}$$

Σ_{abs} serait 15 fois plus petit que $\Sigma_{\gamma n}$.

2° $\Gamma_n = \dfrac{\Sigma_{\gamma n}}{\dfrac{\Sigma_{abs}}{\Gamma}} \geqslant 580$ keV en contradiction avec $\Gamma < 40$ keV. Nous avons repris la courbe d'activation de ^{12}C au voisinage de 23 MeV. La « cassure » se situe, avec notre étalonnage en énergie, vers 23,1 MeV ; ce décalage est tout à fait admissible si l'on se rappelle que l'étalonnage en énergie se fait par la détermination d'un seuil de réaction, [7] et que l'extrapolation linéaire est d'autant moins justifiée qu'on s'élève en énergie. Nous trouvons $\varepsilon = 0{,}13$ contre 0,2 d'après Katz, $\bar{\sigma}_{abs}$ devient alors égal à $6{,}8.10^{-26}$ et $\Gamma_n \geqslant 400$ keV. La contradiction subsiste néanmoins. Ce résultat indique la présence d'une résonance large. On ne peut plus appliquer les formules ci-dessus pour calculer la section efficace moyenne, ni définir une largeur Γ_n. Mais, à un facteur de forme près, les valeurs de $\bar{\sigma}_{abs}$, $\Sigma_{\gamma n}$ et Σ_{abs} restent vraies.

L'explication suivante pourrait être avancée :

Dans le domaine d'énergie considéré, certaines transitions pourraient être défavorisées dans la réaction (γ, n) et pas dans la réaction [γ, (γ', γ, n, p, α ....)]. Il faudrait que le rapport des probabilités de ces transitions à la transition (γn) soit de 10 à 20 pour expliquer qu'on ne discerne pas d'absorption nucléaire par le niveau envisagé. Mais les transitions (γ, p) et (γ, α) auraient plutôt des raisons d'être défavorisées (γ, γ n'entre pratiquement pas en jeu). Cette explication ne peut être retenue. Nous allons voir que les résonances larges peuvent produire des cassures dans la courbe d'activation.

Critique de l'interprétation des « cassures » par des résonances étroites. — L'activation s'écrit dans ce cas :

$$A(E_0) = \int_{k=1} I(E_k, E_0)\Sigma_k + I(E_l, E_1)\Sigma_l$$

en appelant $I(E_k, E_0)$ le nombre de photons dans la bande E_k dans un spectre d'énergie maxima E_0 normalisé pour que $\int^{E_0} N(E, E_0)\, \mathrm{d}E = \mathrm{C^{te}}$ (ce sont les « isochromates ») [1], [6].

La pente de la courbe d'activation est :

$$\frac{\mathrm{d}A(E_0)}{\mathrm{d}E_0} = \int_k \frac{\mathrm{d}I_k}{\mathrm{d}E_0}\Sigma_k + \frac{\mathrm{d}I_l}{\mathrm{d}E_0}\Sigma_l.$$

Au passage par E_l, la pente subit une variation de pente brusque égale à la pente de l'isochromate à l'origine. Celle-ci est très sensible à la forme du spectre de freinage au voisinage de l'énergie maxima.

En nous basant sur les valeurs de Σ_k et de $\frac{\mathrm{d}I_k}{\mathrm{d}E_0}$ données dans [1] et [6] pour ^{16}O, nous trouvons que la pente devrait passer au voisinage de la cassure à 20,7 MeV de 4,7 à 19 (en valeur relative) alors qu'elle ne fait que doubler.

Les arcs de courbe d'activation compris entre deux cassures ont donc une courbure plus faible que les isochromates. Ceci est d'autant plus vrai que l'énergie est plus élevée. Deux explications sont possibles : 1° L'existence d'un fond continu, qui fait augmenter l'activation plus vite que ne l'indiquent les isochromates ; 2° la largeur de la raie E_l. Remarquons qu'assez loin de E_l le calcul de la section efficace intégrée est valable.

La première raison a d'ailleurs comme conséquence de diminuer la section efficace intégrée calculée. Il est nécessaire d'étudier la forme de A dans le cas d'une résonance large pour voir si elle est compatible avec les formes observées.

Nous avons tracé les courbes d'activation relatives à diverses formes de section efficace. Il est frappant que des résonances larges et de grande section efficace produisent des arcs de courbe très tendus, et des apparences de « cassures ». Les maxima de ces résonances sont généralement 100 ou 200 keV au-dessus des cassures (cf. *fig.* 2).

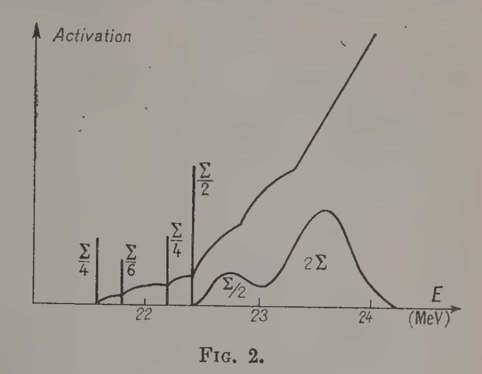


Fig. 2.

Conclusion. — Il nous semble que la seule explication de nos résultats concernant l'absorption nucléaire des photons est d'admettre que les sections efficaces de réaction (γn) et d'absorption présentent des résonances larges. Celles-ci peuvent aussi expliquer les formes de courbes d'activation observées à haute énergie, contrairement à ce que supposaient jusqu'à présent divers auteurs. Ce n'est qu'au voisinage du seuil que les sections efficaces intégrées et les largeurs peuvent être évaluées sans trop de risques d'erreur (¹). Loin du seuil, les évaluations de sections efficaces intégrées et de largeurs sont tout à fait hasardeuses, et même les valeurs des niveaux sont douteuses. Il serait souhaitable de vérifier ces résultats en utilisant un spectre étroit de photons.

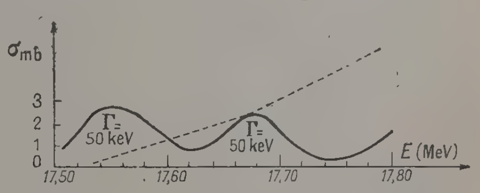


Fig. 3.
Section efficace et courbe d'activation pour ^{16}O(γ, n) ^{15}O.

Ce travail a été effectué au Service de Physique Nucléaire et avec le bétatron installé à l'Institut Gustave Roussy. Je tiens à remercier MM. Thirion

(¹) Cf. dans [5] la discussion concernant la section efficace ^{16}O(γ, n) à 17,63 MeV et les largeurs des deux niveaux à 17,55 et 17,68 MeV :

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = 30 \text{ keV} \rightarrow \sigma_{17,63} = 0{,}45 \text{ mb}$$
$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = 50 \text{ keV} \qquad = 0{,}69 \text{ mb}$$
$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = 100 \text{ keV} \qquad = 0{,}94 \text{ mb.}$$

Les auteurs assignent Γ_1 et $\Gamma_2 = 25$ keV d'après la forme de la courbe d'activation (non publiée dans cette bande d'énergie). Mais avec Γ_1 et $\Gamma_2 = 50$ keV on obtient une cassure nette (cf. *fig.* 3) et un meilleur accord avec les mesures de $\sigma_{17,63}$ obtenues avec les γ de ^{7}Li(pγ).

et Bloch pour les suggestions qu'ils m'ont faites, M. Malé et l'équipe du bétatron pour leur participation aux irradiations et aux mesures.

Manuscrit reçu le 15 mai 1956.

Note ajoutée sur épreuve. — *Influence de la géométrie.* — La géométrie utilisée n'est pas idéalement bonne ; le deuxième détecteur reçoit des photons diffusés par effet Compton. Montrons que la diminution relative d'intensité sortant de l'absorbant, dans la région de la résonance, n'est pas affectée par cet effet.

Soit $N(E)$ le spectre de photons dans le plan ν. Dans la tranche $d\nu$ qui suit il y a :

— absorption de $N(E)\,\sigma(E)\,d\nu$ photons ;

— rediffusion de $\int_E^{E_0} N(E')\,K(E', E, \nu)\,dE'\,d\nu$ photons provenant des énergies $E' > E$ du spectre.

D'où $\dfrac{dN(E)}{N(E)} = -\sigma(E)\,d\nu + d\nu \int_E^{E_0} \dfrac{N(E')}{N(E)}\,K(E', E, \nu)\,dE'$.

La fonction $\Phi(E, E_0, \nu) = \int_E^{E_0} \dfrac{N(E')}{N(E)}\,K(E', E, \nu)\,dE'$ est monotone si la section efficace résonnante nucléaire est petite devant la section efficace électronique.

Le spectre à la sortie de l'absorbant :

$$N(E) = N_0\,e^{-\sigma(E)\nu + \int_0^\nu \Phi(E, E_0, \nu)\,d\nu}$$

est bien de la forme $e^{S_n \nu}\,e^{S\nu}$ où S_n est résonant et S monotone.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Katz (L.), Haslam (R. N. H.), Horsley (R. J.), Cameron (A. G. W.) et Montalbetti (R.), *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 464-470.

[2] Goldemberg (J.) et Katz (L.), *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 471-475.

[3] Basile (R.) et Schuhl (C.), *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 2399-2401.

[4] Schuhl (C.) et Basile (R.), *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 2512-2515.

[5] Penfold (A. S.) et Spicer (B. M.), *Phys. Rev.*, 1955, **100**, 1377-1386.

[6] Johns (H. E.), Katz (L.), Douglas (R. A.) et Haslam (R. N. H.), *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 1062-1068.

[7] Basile (R.) et Schuhl (C.), *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 372-377.

REVUE DES LIVRES

Brinkman (H. C.), **Applications des invariants spinoriels en physique atomique.** (Applications of spinor invariants in atomic physics.) 1 vol., 16 × 23 cm., 72 p., North-Holland Publishing Co, Amsterdam, 1956.

La théorie des invariants de spin est exposée sans qu'il soit fait appel à la théorie des groupes. Applications à la spectroscopie.

J. Winter.

Dauvilliers (A.), **Le magnétisme des corps célestes.** Fascicules, n° 1 208, 1 209, 1 210 des Actualités Scientifiques et Industrielles, Hermann et Cie, Paris, 1954.

Cet ouvrage, qui résume un cours professé au Collège de France de 1948 à 1951 couvre un domaine immense : Magnétisme solaire et stellaire, couronne solaire, lumière zodiacale, variations et origine du géomagnétisme, aurores polaires et luminescence nocturne. Une documentation abondante et de première main, a servi à M. Dauvilliers à préparer cet ouvrage. Les faits d'observations sont rapportés en détail, ce qui fait certainement de cet ouvrage un ouvrage de référence. Cependant, si étendue que soit la documentation, elle n'est par exhaustive, et la bibliographie présente des lacunes (par exemple à propos des théories des taches solaires, l'auteur étudie en détail des travaux anciens et passe rapidement sur des travaux modernes). Enfin, le niveau de discussion des théories du magnétisme des corps célestes n'est pas très élevé, et il n'est question dans le livre ni d'ondes hydromagnétiques, ni de plasmas. L'auteur se rattrape évidemment dans l'étude des phénomènes optiques qu'il connaît beaucoup mieux (spécialement dans le volume sur les aurores). En conclusion ouvrage inégal, que le spécialiste a intérêt à posséder et à consulter, mais dont il devra user avec réserves.

E. Schatzman.

Vogel (Th.), **Physique mathématique classique.** (1 vol., 16,5 × 11,5 cm, 214 pages, A. Colin, Paris, 1956, 300 F.)

Après une introduction épistémologique sur l'objet et la structure de la physique mathématique, l'auteur commence par préciser l'outillage mathématique indispensable : notions de théorie des ensembles, équations intégrales, calcul tensoriel, principe variationnel.

Puis il entre dans le vif du sujet avec l'étude de quelques types de champs fondamentaux : potentiels et ondes entretenues, propagation des ondes et champs vectoriels liés aux équations de Helmholtz et de Navier.

Une dernière partie présente une axiomatique sommaire de la mécanique des corps déformables (cas particuliers : l'hydrodynamique et l'acoustique), de l'électromagnétisme (cas particulier : l'optique) et de la théorie de la transmission de la chaleur.

Grâce aux rappels de mathématique inclus dans l'ouvrage, ce précis de physique mathématique est à la portée d'un public relativement étendu. Riche d'aperçus originaux et profonds, écrit dans un esprit rigoureux et pratique à la fois, il prouve efficacement que cette partie de la physique mathématique, si elle demeure classique dans son objet, n'en est pas moins vivante et moderne.

M. Jessel.

THÉORIE CINÉTIQUE DES PLASMAS HOMOGÈNES FAIBLEMENT IONISÉS

IV. Étude de l'évolution de la partie isotrope de la fonction de distribution.

Par MICHEL BAYET,
Faculté des Sciences, Toulouse.
JEAN-LOUP DELCROIX,
École Normale Supérieure, Paris.
et JEAN-FRANÇOIS DENISSE,
Observatoire de Paris, Section d'Astrophysique.

Sommaire. — Cet article fait suite au précédent (1) : on montre que la fonction f comporte un terme maxwellien à la température des molécules qui est le seul stable en l'absence de champ électrique, les autres fonctions propres représentant des écarts caractéristiques non maxwelliens doués de fréquences de relaxation de l'ordre de $\frac{m}{M}\nu_1$. En présence d'un champ électrique, certains de ces écarts se trouvent excités de façon permanente. On étudie le cas particulier d'une interaction en r^{-5} (fréquence de collision indépendante de v) et on discute la validité de la méthode proposée et celle des différentes formules proposées antérieurement par divers auteurs.

Nous sommes maintenant en mesure d'étudier de façon détaillée l'évolution dans le temps de la partie isotrope en analysant les équations (10), (11) et (12). Nous supposons en effet connues les fonctions propres y_i de l'opérateur J et les valeurs propres associées $-\lambda_i$; développons les diverses fonctions figurant dans (10), (11) et (12) en série de fonctions y_i, c'est-à-dire posons :

$$\begin{aligned} a_{00} &= \Sigma\, \alpha_i\, y_i \\ b_{00} &= \Sigma\, \beta_i\, y_i \\ c_{00} &= \Sigma\, \gamma_i\, y_i \\ D_{00} &= \Sigma\, \delta_i\, y_i \\ E_{00} &= \Sigma\, \varepsilon_i\, y_i \\ F_{00} &= \Sigma\, \varphi_i\, y_i. \end{aligned} \qquad (48)$$

Les coefficients α_i, β_i, γ_i sont des fonctions du temps seulement qui sont à déterminer ; nous supposerons au contraire ici pour simplifier les calculs que les coefficients δ_i, ε_i, φ_i sont des constantes connues à priori ; discutons la signification de cette hypothèse. On a d'après les formules (84), (85) et (87) de la référence [2]

$$D_{00} = \frac{\gamma^2}{6v_0^2}\frac{1}{u^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u}\left\{\frac{\nu_1}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta)\,u^2\frac{\mathrm{d}a_{00}}{\mathrm{d}u}\right\}$$

$$E_{00} = -\frac{\gamma^2}{12\,\omega v_0^2}\frac{1}{u^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u}\left\{\frac{\omega}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta')\,u^2\frac{\mathrm{d}a_{00}}{\mathrm{d}u}\right\}$$

$$F_{00} = \frac{D_{00}}{2\,\omega}$$

On peut vérifier que ces fonctions sont indépendantes du temps dans les deux cas suivants :

(1) BAYET (M.), DELCROIX (J. L.) et DENISSE (J. F.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 923 ; les numérotations des formules et des références des deux articles se font suite.

a) La fonction a_{00} est quelconque mais le champ électrique appliqué γ est nul ; δ_i, ε_i, φ_i sont alors nuls.

b) La fonction a_{00} est indépendante du temps ; nous verrons que cela suppose qu'elle se réduit à une distribution maxwellienne à la température T des molécules ; δ_i, ε_i, φ_i sont alors déterminées par les formules ci-dessus.

Nous discuterons ailleurs un cas où les coefficients δ_i, ε_i, φ_i sont dépendants du temps (Effets d'interaction).

Supposons donc réalisée l'une des deux conditions *a*) et *b*) ; on obtient alors les α_i, β_i, γ_i en projetant des équations (10), (11) et (12) sur la base des fonctions y_i ; nous obtenons le système :

$$\dot{\alpha}_i = -\lambda_i\,\alpha_i \qquad (49)$$

$$\dot{\beta}_i = -\gamma_i\,\beta_i \qquad (50)$$

$$\dot{\gamma}_i = \delta_i - 2\,\omega\varepsilon_i\sin 2\,\omega t + 2\,\omega\varphi_i\cos 2\,\omega t - \lambda_i\,\gamma_i. \qquad (51)$$

C'est un système d'équations différentielles ordinaires par rapport au temps dont la solution générale est :

$$\alpha_i(t) = \alpha_i(0)\,\mathrm{e}^{-\lambda_i t} \qquad (52)$$

$$\beta_i(t) = \beta_i(0)\,\mathrm{e}^{-\lambda_i t} \qquad (53)$$

$$\gamma_i(t) = \gamma_{ie}\,\mathrm{e}^{-\lambda_i t} + \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \gamma_{ic}\cos 2\,\omega t + \gamma_{is}\sin 2\,\omega t \qquad (54)$$

avec

$$\gamma_{ic} = \frac{2\,\omega(2\,\omega\varepsilon_i + \lambda_i\,\varphi_i)}{\lambda_i^2 + 4\,\omega^2} \qquad (55)$$

$$\gamma_{is} = \frac{2\,\omega(2\,\omega\varphi_i - \lambda_i\,\varepsilon_i)}{\lambda_i^2 + 4\,\omega^2}. \qquad (56)$$

La formule (54) n'est pas valable quand $\lambda_i = 0$; dans ce cas l'intégrale de (51) s'écrit :

$$\gamma_i(t) = \gamma_i(0) + \delta_i t + \varepsilon_i (\cos 2\,\omega t - 1) + \varphi_i \sin 2\,\omega t. \quad (57)$$

Nous allons maintenant interpréter physiquement ces divers formules.

1) Étude du terme maxwellien. — Nous avons vu que la fonction $y_0 = 2e^{-u^2}$, c'est-à-dire la distribution maxwellienne, se distingue des autres par une valeur propre λ_0 nulle. Il est facile de voir de plus que les composantes δ_0, ε_0, φ_0 de D_{00}, E_{00}, F_{00} relatives à la fonction propre y_0 sont nulles En effet le « produit scalaire » de D_{00} par y_0 s'écrit :

$$\int_0^\infty D_{00}\, y_0\, u^2\, e^{u^2}\, du \sim \left[\frac{\omega}{\omega^2 + \nu_1^2}(1-\eta)\, u^2 \frac{da_{00}}{du}\right]_0^\infty = 0$$

et de même :

$$\int_0^\infty E_{00}\, y_0\, u^2\, e^{u^2}\, du = \int_0^\infty F_{00}\, y_0\, u^2\, e^{u^2}\, du = 0.$$

Compte tenu de ces relations, les coefficients α_0, β_0, γ_0, relatifs à la fonction y_0 satisfont aux trois relations :

$$\alpha_0(t) = \alpha_0(0)$$
$$\beta_0(t) = \beta_0(0)$$
$$\gamma_0(t) = \gamma_0(0).$$

Il nous est d'ailleurs possible sans restreindre la généralité du problème de poser :

$$\beta_0(0) = \gamma_0(0) = 0.$$

Ces résultats expriment simplement que la composante maxwellienne y_0 d'une distribution initiale quelconque se conserve intégralement. Soulignons qu'*il s'agit d'une fonction maxwellienne à la température T des molécules.*

2) Étude des écarts non maxwelliens. —

a) Supposons d'abord que *le champ électrique est nul ;* la solution des équations (52), (53) et (54) est alors :

$$f = a_{00} = 2\,\alpha_0(0)\, e^{-u^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(0)\, e^{-\lambda_i t}\, y_i \quad (58)$$

Les deux termes de cette formule représentent : une composante maxwellienne à la température T des molécules étudiée au paragraphe précédent ; les écarts à cette distribution maxwellienne susceptibles d'exister initialement et leur évolution au cours du temps.

Ce sont les seuls termes qui existent en l'absence de champ électrique. Ce développement *permet d'étudier l'évolution dans le temps d'une fonction de distribution initiale des électrons absolument quelconque*, pourvu seulement que les approximations nécessaires au calcul de $J(a_{00})$ soient satisfaites ; en particulier, la méthode s'applique à un gaz d'électrons beaucoup plus chaud que les molécules tant qu'on peut négliger les chocs inélastiques. On trouvera dans le travail de J. Salmon [10] l'étude d'un cas particulier de ce genre. A l'instant initial, le développement de la fonction de distribution s'écrit :

$$a_{00} = 2\,\alpha_0(0)\, e^{-u^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(0)\, y_i$$

$$f = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(0)\, y_i.$$

Seul le premier terme se maintient au bout d'un temps assez long ; tous les écarts $\alpha_i(0)\, y_i$ s'amortissent exponentiellement selon la formule (58). Chaque écart est caractérisé par un coefficient d'amortissement ou fréquence de relaxation :

$$\lambda_i = \frac{m}{M}\mu_i$$

dans lequel μ_i ne dépend que de la loi de force électrons-molécules.

b) Supposons maintenant qu'à l'*instant initial la fonction de distribution soit maxwellienne à la température T ;* la solution des équations (52), (53) et (54) s'écrit alors :

$$f_i = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\delta_i}{\lambda_i}(1 - e^{-\lambda_i t})\, y_i$$

$$+ \sum_{i=1}^{\infty} [\gamma_{ic} (\cos 2\,\omega t - e^{-\lambda_i t}) + \gamma_{is} \sin 2\,\omega t]\, y_i. \quad (59)$$

Les deux dernières séries de terme de (59) qui constituent c_{00} représentent des écarts à la distribution maxwellienne des molécules proportionnels au carré du champ électrique ; ils font intervenir les mêmes fonctions y_i avec les mêmes fréquences de relaxation λ_i ; ils comprennent : des écarts permanents qui s'établissent exponentiellement : l'ensemble représente un échauffement du gaz d'électrons dû au champ électrique [2] ; des écarts périodiques à la fréquence double de celle du champ : l'ensemble représente une modulation de l'échauffement du gaz électronique par le champ électrique. Ce développement permet donc d'étudier la loi d'échauffement d'un gaz électronique auquel on applique un champ électrique alternatif.

Toutefois, il faut insister sur le fait que ce développement est arrêté aux termes en γ^2. Son utilisation suppose donc que le champ électrique est assez faible pour que les termes d'ordre supérieur soient négligeables.

Cas d'une loi de choc en r^{-5}. — Pour pousser la discussion plus loin, et comparer nos résultats avec ceux qui ont été précédemment obtenus, il

faut se fixer la fonction $\nu_1(u)$ et expliciter les fonctions propres et les valeurs propres. A titre d'exemple, nous étudierons pour terminer le cas où la loi d'interaction entre électrons et molécules est en $\frac{1}{r^5}$ (c'est le plus simple car il conduit à une fréquence de collision indépendante de la vitesse).

On a alors :

$$y_i = \frac{e^{-u^2}}{u} H_{2i+1}(u)$$

$$\lambda_i = 2i\left(\frac{m}{M}\right)\nu_1$$

$$D_{0\acute{0}} = \frac{\gamma^2}{6\,v_0^2}\frac{\nu_1}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta)\frac{1}{u^2}\frac{1}{du}\left[u^2\frac{da_{00}}{du}\right].$$

Soit en posant :

$$a_{00} = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-u^2}$$

$$D_{00} = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\gamma^2}{6\,v_0^2}\frac{\nu_1}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta)\,4\left(u^2-\frac{3}{2}\right)e^{-u^2}$$

ou d'après (46) :

$$D_{00} = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{2}{3}}\frac{\gamma^2}{12\,v_0^2}\frac{\nu_1}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta)\,y_1$$

$$= n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{m\gamma^2}{24\,kT}\frac{\nu_1(1-\eta)}{\nu_1^2+\omega^2}\,y_1$$

de même :

$$E_{00} = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\gamma^2}{12\,v_0^2}\frac{1}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta')\frac{y_1}{2}$$

$$F_{00} = \frac{D_{00}}{2\,\omega}.$$

Les trois fonctions D_{00}, E_{00}, F_{00} étant proportionnelles à la fonction propre y_1, on a :

$$\frac{\delta_i}{\lambda_i} = \gamma_{ic} = \gamma_{is} = 0 \qquad \text{pour } i > 1$$

$$\lambda_1 = \frac{2m}{M}$$

$$\frac{\delta_1}{\lambda_1} = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{M\gamma^2}{48\,kT}\frac{1}{\omega^2+\nu_1^2}(1-\eta).$$

On voit que *le seul écart excité par le champ électrique correspond à la première fonction propre*

$$y_1 = 8\left(u^2-\frac{3}{2}\right)e^{-u^2}.$$

Cela est lié au fait que les fonctions propres d'ordre supérieur apportent dans ce cas une contribution nulle à l'intégrale d'énergie, c'est-à-dire :

$$\int_0^\infty u^4\,y_i\,du = 0 \qquad \text{pour } i > 1.$$

En effet, la fonction énergie u^2 est liée aux fonctions y_0 et y_1 par la formule :

$$u^2 = e^{u^2}\left(\frac{3}{4}y_0+\frac{1}{8}y_1\right)$$

de sorte que d'après la relation d'orthogonalité :

$$\int u^4\,y_i\,du = \int u^2\,e^{u^2}\left(\frac{3}{4}y_0+\frac{1}{8}y_1\right)y_j\,du = 0 \text{ pour } j > 1.$$

On peut écrire finalement :

$$f_i = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-u^2}\left[1+\frac{M\gamma^2}{6kT}\frac{1-\eta}{\omega^2+\nu_1^2}\left(u^2-\frac{3}{2}\right)\right] + f_t + f_{2\omega}$$

dans laquelle nous n'avons explicité que le terme permanent f_{i0}, f_t représentant le terme transitoire et $f_{2\omega}$ la composante périodique.

Pour discuter cette formule qui se borne aux termes en γ^2 on peut introduire le paramètre :

$$\gamma_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}\frac{\nu_1^2+\omega^2}{1-\eta}}$$

f_{i0} prend la forme :

$$f_{i0} = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-u^2}\left[1+\frac{1}{3}\frac{M}{m}\left(\frac{\gamma}{\gamma_m}\right)^2\left(u^2-\frac{3}{2}\right)\right]. \qquad (60)$$

Les amplitudes des termes d'ordre supérieur $i>1$ qui sont négligés dans f_{i0} sont proportionnelles à :

$$\frac{M}{m}\left(\frac{\gamma}{\gamma_m}\right)^{2i}.$$

Par suite, le développement complet de f ne sera convergent d'une manière générale que si

$$\frac{\gamma}{\gamma_m} < 1.$$

C'est à cette condition que la méthode de résolution que nous avons développée jusqu'ici est applicable.

Pour étudier la validité du développement (60), limité aux termes en γ^2, on doit distinguer 3 cas :

a) $\gamma \ll \left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{2}}\gamma_m$.

Le terme en γ^2 est petit devant l'unité, on peut écrire :

$$f_{i0} = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{M}{m}\left(\frac{\gamma}{\gamma_m}\right)^2} e^{-u^2\left[1-\frac{1}{3}\frac{M}{m}\left(\frac{\gamma}{\gamma_m}\right)^2\right]}$$

ou

$$f_{i0} = n\left(\frac{m}{2\pi\,kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{M}{m}\left(\frac{\gamma}{\gamma_m}\right)^2} e^{-\frac{mv^2}{2\pi kT'}} \qquad (61)$$

avec

$$T' = T\left[1+\frac{1}{3}\frac{M}{m}\left(\frac{\gamma}{\gamma_m}\right)^2\right] = T\left[1+\frac{M\gamma^2}{6kT}\frac{1-\eta}{\nu_1^2+\omega^2}\right].$$

Ces formules qui généralisent les formules analogues établies antérieurement [11] montrent que les électrons satisfont dans ce cas à une distribution maxwellienne qui correspond à une température T' *un peu supérieure* à la température des molécules.

b) $\left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{2}} \gamma_m < \gamma \ll \left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{4}} \gamma_m$.

Le terme en γ^2 est grand devant l'unité, mais le terme en γ^4 négligé dans le développement reste très inférieur à l'unité et l'expression (60) de f_{i0} est encore valable.

Dans ce cas, f_{i0} n'est plus maxwellienne et on peut montrer que l'énergie des électrons peut être alors très supérieure à celle qu'ils avaient en l'absence de champ. En effet, l'accroissement d'énergie W des électrons due au champ électrique se calcule en général à partir de l'expression (60) par la formule :

$$W_e = \int_0^\infty 2\pi m f_{i0} v^4 \,\mathrm{d}v - n\frac{3}{2}kT = n\frac{M\gamma^2}{4}\frac{1-\eta}{\nu_1^2+\omega^2}$$
$$= n\frac{3}{2}kT\left[1+\frac{1}{3}\frac{M}{m}\left(\frac{\gamma}{\gamma_m}\right)^2\right]$$

qui peut être très supérieure à

$$n\frac{3}{2}kT.$$

A la limite quand $\gamma \sim \left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{4}} \gamma_m$ le rapport $\frac{W_e}{n\frac{3}{2}kT}$ est de l'ordre de $\left(\frac{M}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$ c'est-à-dire de 10^2, ou supérieur.

c) $\left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{4}} \gamma_m < \gamma \ll \gamma_m$.

Les termes d'ordres γ^4 ou supérieurs ne sont plus négligeables devant l'unité et doivent être introduits dans le développement de f_{i0}.

On peut remarquer cependant que, dans le domaine des vitesses moyennes l'anisotropie en $e^{-u^2}\left(u^2-\frac{3}{2}\right)$ est toujours prépondérante et représente correctement la distribution des vitesses électroniques. Dans les domaines des vitesses faibles et élevées, au contraire, le développement converge très lentement et représente très mal la distribution réelle ; cette remarque s'applique aussi au cas b).

Discussion des conditions de validité des développements de la fonction de distribution. — L'utilisation des fonctions propres des opérateurs de collision que nous avons appliquées à la résolution de l'équation de Boltzmann a l'avantage d'indiquer les conditions de validité des développements obtenus et leur rayon de convergence. Notons que *ces conditions de validité ne sont pas limitées par l'intensité du champ magnétique* ; celui-ci complique l'écriture des formules, mais, comme nous l'avons déjà dit, est sans influence sur la convergence des développements. Lorsqu'il n'existe pas de champ électrique, ($\gamma = 0$) nos développements permettent d'étudier les condition de retour à l'équilibre thermodynamique d'un gaz d'électrons dont la distribution initiale f des vitesses est absolument quelconque à condition qu'on puisse négliger les chocs inélastiques. On peut décomposer les anisotropies qui existent dans f suivant les fonctions sphériques des différents ordres n dont les fréquences de relaxation sont ν_n ; la première d'entre elles ν_1 coïncide avec la fréquence de choc classique.

La partie isotrope de f peut également se décomposer suivant des écarts y_i caractéristiques (fonctions propres de l'opérateur de collision isotrope) qui s'amortissent avec des fréquences de relaxation de l'ordre de grandeur de $i\frac{m}{M}\nu_1$, c'est-à-dire beaucoup moins vite que les anisotropies. Quand on applique un champ électrique E dans un plasma faiblement ionisé, initialement en équilibre thermodynamique, il se développe des *anisotropies* de la fonction de distribution f représentables par les fonctions sphériques d'ordres successifs. Les amplitudes de ces anisotropies sont proportionnelles aux puissances croissantes du paramètre :

$$\frac{\gamma}{v_0}\frac{1}{\sqrt{\nu_1^2+\omega^2}} = \frac{E}{E_m}$$

en posant

$$E_m = \sqrt{\frac{2km}{e}}\,.\sqrt{T}\sqrt{\nu_1^2+\omega^2}$$
$$\simeq 3.10^{-10}\sqrt{T}.\sqrt{\nu_1^2+\omega^2} \text{ volt/cm.}$$

(on peut négliger dans cette discussion l'effet du champ magnétique qui ne modifie pas les ordres de grandeur). Le développement de f, et par suite, le calcul de la conductivité et des échanges d'énergie ne sont valables que si

$$E \ll E_m. \tag{62}$$

Simultanément, dans la partie isotrope de f se développent *des écarts à la distribution maxwellienne* dont les amplitudes sont proportionnelles aux puissances sucessives du paramètre $\frac{\gamma^2}{v_0^2}\frac{1}{\nu_1^2+\omega^2}$ multipliées par $\frac{M}{m}$.

Par suite, le calcul de la partie isotrope de la fonction f n'est encore valable que si $E \ll E_m$.

Comme le rapport $\frac{M}{m}$ est de l'ordre de 10^4, il existe des valeurs du champ électrique E, pour lesquelles on a à la fois $E \ll E_m$, de sorte que la fonction de distribution est pratiquement isotrope, et $E \gg \left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{2}} E_m$, de sorte que cette fonction n'est plus, même approximativement, maxwellienne, et que l'énergie des électrons est très supérieure à l'énergie d'agitation thermique corres-

pondant à $E = 0$, ce qui tient évidemment au fait que les chocs électrons-molécules permettent des transferts efficaces des moments, mais non des énergies. Nos calculs montrent que la fonction de distribution est alors donnée par la formule (60), qui diffère sensiblement des formules proposées antérieurement par divers auteurs [11 à 16], lesquels ne semblent d'ailleurs pas, en outre, avoir pris en considération la condition (62) qui fixe la validité des développements de la fonction f. Les valeurs de E_m correspondant à quelques cas typiques sont indiquées dans le tableau IV :

TABLEAU IV

	Décharge HF dans He pression (p.mm Hg)			Décharge continue dans He pression (p.mm Hg)			Ionosphère		Hydrogène interstellaire
	1,2	12	125	1,2	12	125	Couche E	Couche D	(régions H II)
M/m		$0{,}7.10^4$			$0{,}7.10^4$		3.10^4	6.10^4	2.10^3
T		300			300		300	300	10 000
ω		3.10^9			0		10^7	10^4	10^9
ν_1	3.10^9	3.10^{10}	3.10^{11}	3.10^9	3.10^{10}	3.10^{11}	2.10^5	10^6	< 1
E_m (volt/cm)	21	150	1 500	15	150	1 500	5.10^{-2}	5.10^{-3}	30
$\left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{2}} E_m$	0,3	2	20	0,2	2	20	3.10^{-4}	2.10^{-5}	1

L'examen de ce tableau appelle les remarques suivantes :

a) Les valeurs des 3 premières colonnes sont relatives à des décharges HF dans la bande des 10 cm de longueur d'onde, telles que les ont étudiées Brown et ses collaborateurs [17]. En se reportant aux résultats de leurs expériences, on constate :

1° que le développement en série de la fonction de distribution nécessaire à leur calcul des conditions de la décharge n'est possible, en toute rigueur que pour des pressions sensiblement supérieures à 10 cm Hg, pour lesquelles on a :

$$E \# 300 \text{ V} \ll 1\,500 \text{ V} = E_m;$$

pour les pressions plus faibles, le champ disruptif est égal ou supérieur à E_m, de sorte que le calcul d'une fonction de distribution y devient très délicat ;

2° mais que dans la région où le développement est possible, leur calcul est toutefois sujet à caution, parce qu'ils utilisent une méthode conduisant à des fonctions de distribution du type Druyvesteyn [12]-Margenau [11], au lieu de la fonction de distribution (60) qui nous semble mieux fondée dans le cas qu'ils considèrent, cas d'une fréquence de collision indépendante de la vitesse.

b) Les 3 colonnes suivantes sont relatives à une décharge analogue en courant continu ; les domaines de validité du développement de f sont les mêmes que précédemment, sauf aux pressions inférieures à 1 mm Hg, où ils deviennent de plus en plus restreints, alors que, dans la décharge HF considérée, E_m reste toujours supérieur à 15 V/cm quelque soit p. Bien entendu, les mêmes considérations que ci-dessus s'appliquent à la forme de la fonction de distribution.

c) Dans le cas de l'ionosphère et des régions d'hydrogène ionisé des espaces interstellaires (3 dernières colonnes), l'application de nos développements ne rencontre pas de limitations sérieuses.

d) La dernière ligne indique, dans toutes les colonnes, la valeur de $E'_m = \left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{1}{2}} E_m$, telle que, si $E \ll E'_m$, les formules maxwelliennes approchées établies précédemment (Davydov [14], Margenau [11], Jancel et Kahan [16], et la formule (61) ci-dessus), soient toutes également valables : on constate que le champ électrique ne doit pas excéder *quelques dixièmes* de V/cm par mm de mercure, ce qui est extrêmement faible.

Ajoutons pour terminer que nos calculs ne nous permettent pas d'obtenir, quelles que soient les circonstances, une fonction de distribution f qui soit maxwellienne à une température T' très grande devant T (30 000 °K par exemple), alors qu'expérimentalement, il semble qu'il en soit ainsi dans de nombreux cas, ainsi qu'il résulte des mesures de sonde effectuées par Langmuir et ses successeurs. Il semble que, pour obtenir un tel résultat, il soit nécessaire de tenir compte de l'interaction coulombienne entre les électrons.

BIBLIOGRAPHIE

[10] Salmon (J.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 931.
[11] Margenau (H.), *Phys. Rev.*, 1946, **69**, 508.
[12] Druyvestein (M. J.), *Physica*, 1930, **10**, 61.
[13] Morse, Allis et Lamar, *Phys. Rev.*, 1935, **48**, 412.
[14] Davydov (B.), *Physik Z.*, Sowjetunion, 1935, **8**, 59.
[15] Chapman et Cowling, *Loc. cit.*, ch. XVIII.
[16] Jancel et Kahan, *Nuovo Cimento*, 1954, **12**, 573.
[17] MacDonald (A. D.) et Brown (S. C.), *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 411.

THÉORIE QUANTIQUE DE LA DISPERSION ET FORMULE DE KRAMERS-HEISENBERG DANS LE FORMALISME DE L'OPÉRATEUR STATISTIQUE

Par Burhan UNAL et Theo KAHAN,
Institut Henri-Poincaré, (Sorbonne) et C. N. R. S.

Sommaire. — Les auteurs appliquent le formalisme de l'opérateur (matrice) statistique à la théorie quantique de la dispersion dans un système atomique et moléculaire.

Nous nous proposons de reprendre dans ce travail la théorie quantique de la dispersion et l'établissement de la formule de Kramers-Heisenberg à l'aide de la matrice statistique.

Soit donc un ensemble de systèmes atomique (ou moléculaire) formé d'atomes (ou de molécules) soumis à un champ de rayonnement électromagnétique. La perturbation sera donc due à ce champ électromagnétique $\vec{\mathcal{E}}(t) = Re\left(\vec{\mathcal{E}}\, e^{-i\omega t}\right)$. L'hamiltonien du système perturbé s'écrira alors :

$$H(t) = H^0 + V\cos\omega t = H^0 - \vec{p}\,.\,\vec{\mathcal{E}}\cos\omega t$$

où $\vec{p}$ est le moment dipolaire du système envisagé. Nous nous proposons de calculer la valeur moyenne de ce moment $\overline{\overline{\vec{p}}}$ pour le système, soit :

$$\overline{\overline{\vec{p}(t)}} = \sum_{m,n} \vec{p}_{nm}\,.\,\rho^{mn}_{(t)} = \text{Trace}\left[\vec{p}\,.\,\rho(t)\right]$$

$\rho(t)$ est la matrice de densité pour l'ensemble des systèmes. $\rho(t)$ traduit les deux aspects de la statistique, l'un caractérisant la distribution des systèmes dans l'ensemble que nous admettrons ici sous la forme d'une distribution de Boltzmann, et l'autre exprimant les moyennes quantiques relatives au système individuel. On aura par conséquent en présence de la perturbation :

$$\rho(t) = C\exp(-H(t)/kT), \text{ avec } 1/C = \Sigma\, e^{-H(t)/kT},$$

et avant la perturbation :

$$\rho^0(t) = B\exp(-H^0/kT) \text{ avec } 1/B = \Sigma\exp(-H^0/kT).$$

B et C sont des facteurs de normalisation puisqu'on doit avoir :

$$\text{Trace}\,\rho(t) = 1.$$

Tout revient donc à calculer la matrice statistique $\rho(t)$. $\rho(t)$ vérifie l'équation :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(H\rho - \rho H),$$

ou en remplaçant H par sa valeur :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(H^0\rho - \rho H^0) - \frac{i}{\hbar}(V\rho - \rho V)\cos\omega t.$$

Choisissons une représentation qui diagonalise l'hamiltonien non perturbé H^0, l'élément de matrice $\rho_{mn}(t)$ vérifiera alors l'équation :

$$\frac{\partial\rho_{mn}(t)}{t} = -\frac{i}{\hbar}(E^0_m - E^0_n)\,\rho_{mn}(t) - \frac{i}{\hbar}\sum_k (V_{mk}\,\rho_{kn}(t) - \rho_{mk}(t)\,V_{kn})\cos\omega t$$

Avec $\omega_{mn} = \dfrac{E^0_m - E^0_n}{\hbar}$ et $V_{mn} = -\left(\vec{p}_{mn}\,\vec{F}\right)$, $\vec{p}_{mn}$ étant l'élément de matrice de $\vec{p}$ dans la représentation (non-perturbée) choisie et les E^0_m étant les valeurs propres de H^0, il vient

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_{mn}\right)\rho_{mn} = -\frac{i}{\hbar}\sum_k (V_{mk}\,\rho_{kn} - \rho_{mk}\,V_{kn})\cos\omega t.$$

Calculons $\rho_{mn}(t)$ par la méthode des perturbations : $H(t) = H^0(t) - \mathcal{E}p^{\mathcal{E}}\cos\omega t$, puisque $\vec{p}\,\vec{\mathcal{E}} = p^{\mathcal{E}}\left|\vec{\mathcal{E}}\right|$ où $p^{\mathcal{E}}$ est la composante suivant $\mathcal{E}$ du moment dipolaire $\vec{p}$.

Dans la représentation choisie $H^0(t)$ est diagonalisée, et l'intensité $\mathcal{E}$ du champ extérieur $\vec{\mathcal{E}}$ est considéré comme le paramètre de perturbation λ.

On a :

$$\rho(t) = C\exp\left(-\frac{H(t)}{kT}\right), \text{ où } C \text{ est une constante :}$$

$$1/C = \sum_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right), \text{ avec}$$

$$E_n = E^0_n - Fp_{nn}\cos\omega t, \text{ en première approximation.}$$

Si l'on suppose que le milieu est dépourvu de moment électrique permanent, alors un simple calcul donne [1] :

$$1/C = 1/C^0 = \sum_n \exp\left(-\frac{E^0_n}{kT}\right).$$

Le calcul de $\rho_{mn}(t)$ se trouve ainsi ramené au calcul de l'élément mn de l'opérateur

$$\exp\left(-\frac{H(t)}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{H^0(t)}{kT} + \frac{\mathcal{E}p^{\mathcal{E}}}{kT}\cos\omega t\right).$$

Posons

$$A = -\frac{H^0(t)}{kT}, \qquad B = \frac{p^{\mathcal{E}}\cos\omega t}{kT}, \qquad \lambda = \mathcal{E}.$$

L'on aura donc :

$$\rho(t) = 1/C^0 \exp (A + \lambda B) \text{ où } (A, B) \neq 0.$$

Écrivons la relation bien connue en théorie des groupes :

$$e^{A+\lambda B} = e^A + \lambda B\, e^A + \frac{1}{2\,!}[A, \lambda B]\, e^A + \frac{1}{3\,!}[A, [A, \lambda B]]\, e^A + \ldots$$

où les termes en λ^2 et d'ordre supérieur sont négligés d'après l'hypothèse faite sur l'intensité faible du champ extérieur.

Dans la représentation choisie, $H^0(t)$, donc A et e^A seront diagonaux, soit

$$A_{mn} = A_m\, \delta_{mn}, \quad < e^A >_{mn} = e^{A_m}\, \delta_{mn}.$$

Il s'ensuit :

$$< e^{A+\lambda B} >_{mn} = < e^A >_{mn} + \lambda < B\, e^A >_{mn} + \frac{1}{2\,!} < [A, \lambda B]\, e^A >_{mn} + \frac{1}{3\,!} < [A, [A, \lambda B]]\, e^A >_{mn} + \ldots$$

où :

$$< e^A >_{mn} = e^{A_m}\, \delta_{mn},$$

$$< B e^A >_{mn} = \sum_i B_{mi}\, e^{A_n}\, \delta_{in} = B_{mn}\, e^{A_n}$$

$$< [A, \lambda B\, e^A >_{mn} = \sum_j < [A, \lambda B] >_{mj}\, e^{A_n}\, \delta_{jn},$$
$$= < [A, \lambda B] >_{mn} e^A = (A_m - A_n)\, \lambda B_{mn}\, e^{A_n},$$

puisque :

$$< [A, \lambda B] >_{mn} = \lambda \sum_i (A_{mi} B_{in} - B_{mi} A_{in}) = (A_m - A_n)\, \lambda B_{mn},$$

$$< [A, [A, \lambda B]]\, e^A >_{mn} = \sum_k [A, [A, \lambda B]]_{mk}\, e^{A_n}\, \delta_{kn}$$
$$= [A, [A, \lambda B]]_{mn}\, e^{A_n} = (A_m - A_n)^2\, \lambda B_{mn}\, e^A,$$

puisque :

$$[A, [A, \lambda B]]_{mn} = \sum_l (A_{ml}\, [A, \lambda B]_{ln} - [A, \lambda B]_{ml}\, A_{ln})$$
$$= (A_m - A_n)\, [A, \lambda B]_{mn}$$
$$= (A_m - A_n)^2\, \lambda B_{mn}.$$

On aura de même :

$$< \underbrace{[A, \ldots\ldots, A}_{k}[A, \lambda B]]\, e^A >_{mn} = (A_m - A_n)^k\, \lambda B_{mn},$$

où k représente l'ordre de commutation avec A.

Montrons que c'est vrai pour $k + 1$:

$$< \underbrace{[A, \ldots\ldots, A}_{k+1}[A, \lambda B]]\, e^A >_{mn}$$
$$= \sum_l [A, \ldots\ldots, A[A, \lambda B]]_{ml}\, e^{A_n}\, \delta_{ln}$$
$$= (A_m - A_n)\, \underbrace{[A, \ldots\ldots, A}_{k}[A, \lambda B]]\, e^{A_n}$$
$$= (A_m - A_n)^{k+1}\, \lambda B_{mn}\, e^{A_n},$$

puisque

$$\underbrace{[A, \ldots\ldots, A}_{k+1}, [A, \lambda B]]_{mn} = (A_m - A_n)\, \underbrace{[A, \ldots\ldots, A}_{k}, [A, \lambda B]] = (A_m - A_n)^{k+1}\, \lambda B_{mn}.$$

$< e^{A+\lambda B} >_{mn}$ devient :

$$< e^{A+\lambda B} >_{mn} = e^{A_m}\, \delta_{mn} + \lambda B_{mn}\, e^{A_n} + \frac{1}{2\,!}(A_m - A_n)\, \lambda B_{mn}\, e^{A_n} + \frac{1}{3\,!}(A_m - A_n)^2\, \lambda B_{mn}\, e^{A_n} + \ldots + \frac{1}{k\,!}(A_m - A_n)^{k-1}\, \lambda B_{mn}\, e^{A_n} + \ldots$$

$$= e^{A_m}\, \delta_{mn} + \frac{\lambda\, B_{mn}\, e^{A_n}}{A_m - A_n}\left[(A_m - A_n) + \frac{1}{2\,!}(A_m - A_n)^2 + \ldots + \frac{1}{k\,!}(A_m - A_n)^k + \ldots\right]$$

$$= e^{A_m}\, \delta_{mn} + \frac{\lambda B_{mn}\, e^{A_n}}{A_m - A_n}\,[e^{(A_m - A_n)} - 1]$$

$$\boxed{= e^{A_m}\, \delta_{mn} + \frac{e^{A_m} - e^{A_n}}{A_m - A_n}\, \lambda B_{mn}.}$$

Il s'ensuit que :

$$\rho_{mn}(t) = C^0 \left[e^{-\frac{E_m}{kT}}\, \delta_{mn} - \frac{e^{-\frac{E_m}{kT}} - e^{-\frac{E_n}{kT}}}{E_m - E_n}\, \mathcal{E} . p^{\mathcal{E}}_{mn} \cos \omega t \right]$$
$$= C^0 \left[e^{-\frac{E_m}{kT}}\, \delta_{mn} + \frac{e^{-\frac{E_m}{kT}} - e^{-\frac{E_n}{kT}}}{E_m - E_n}\, V_{mn} \cos \omega t \right]$$

où : $\quad 1/C^0 = \sum_n e^{-E^0 n/kT}.$

On voit que ρ_{mn} traduit bien les deux aspects signalés plus haut, par $\rho^0_n - \rho^0_m$ d'une part et V_{mn} d'autre part.

Par conséquent : $\overline{\overline{\vec{p}}} = \sum_{m,n} \vec{p}_{nm} \cdot \rho_{mn}$. Pour la composante suivant l'axe des x, par exemple, on aura :

$$\overline{\overline{p^x}} = \sum_{m,n} p^x_{nm} (\vec{p}_{mn}\, \vec{F})\, e^{-i\omega t} \frac{\rho^0_n - \rho^0_m}{2\hbar(\omega_{mn} - \omega)} + \sum_{m,n} p^x_{mn} (\vec{p}_{mn}\, \vec{F})\, e^{i\omega t} \frac{\rho^0_n - \rho^0_m}{2\hbar(\omega_{mn} - \omega)}.$$

Changeons les indices m et n dans le second terme du second membre, après avoir remplacé $\vec{p}_{mn} . \vec{\mathcal{E}}$ par $p^{\mathcal{E}}_{mn} . |\vec{\mathcal{E}}| = p^{\mathcal{E}}_{mn} . \mathcal{E}$ de la composante suivant $\vec{\mathcal{E}}$ du moment dipolaire. Il vient donc,

$$\overline{\overline{p^x}} = \sum_{m,n} p^x_{nm}\, p^{\mathcal{E}}_{mn}\, \mathcal{E}\, e^{-i\omega t} \frac{\rho^0_n - \rho^0_m}{2\hbar(\omega_{mn} - \omega)} + \sum_{m,n} p^x_{mn}\, p^{\mathcal{E}}_{nm}\, \mathcal{E}\, e^{i\omega t} \frac{\rho^0_n - \rho^0_m}{2\hbar(\omega_{mn} - \omega)}.$$

L'opérateur $\vec{p}$ étant hermitique, l'on a :

$$p^x_{mn} = (p^x_{nm})^* \text{ et } p^{\mathcal{E}}_{nm} = (p^{\mathcal{E}}_{mn})^*.$$

Par conséquent :

$$\overline{\overline{p^x}} = \mathcal{R}e \left\{ \mathcal{E} \, e^{-i\omega t} \sum_{m,n} \frac{p^x_{nm} \, p^{\mathcal{E}}_{mn}}{\hbar(\omega_{mn} - \omega)} (\rho^0_n - \rho^0_m) \right\},$$

expression qui traduit l'émission secondaire issue dans la direction des x, en fonction des coefficients de l'émission spontanée p^x_{mn} et $p^{\mathcal{E}}_{mn}$. On y voit apparaître des termes négatifs ω_{mn} lorsque $m < n$, dont l'existence a été signalée pour la première fois par Kramers.

$\overline{\overline{p^{\mathcal{E}}}}$ permet de définir la susceptibilité χ :

$$\chi = \frac{\overline{\overline{p^{\mathcal{E}}}}}{\mathcal{E} \cos \omega t} = \sum_{m,n} \frac{\left|p^{\mathcal{E}}_{nm}\right|^2}{\hbar(\omega_{mn} - \omega)} (\rho^0_n - \rho^0_m)$$

$$= \left\{ \sum_{m,n} \frac{\left|p^{\mathcal{E}}_{nm}\right|^2}{\hbar(\omega_{mn} - \omega)} \rho^0_n - \sum_{m,n} \frac{\left|p^{\mathcal{E}}_{nm}\right|^2}{\hbar(\omega_{mn} - \omega)} \rho^0_m \right\}.$$

Avec le procédé habituel de changement des indices m et n dans le dernier terme, l'on obtient la susceptibilité pour un système atomique ou moléculaire :

$$\chi = 2 \sum_{m,n} \frac{\omega_{mn} \left|p^{\mathcal{E}}_{nm}\right|^2}{\hbar(\omega^2_{mn} - \omega^2)} \rho^0_n,$$

avec

$$\rho^0_n = B \exp(-E^0_n/kT)$$

$$1/B = \sum_m \exp(-E^0_m/kT).$$

Or, pour un ensemble de N systèmes, par exemple N atomes par cm³, il faut normaliser ρ à N, c'est-à-dire qu'il faut prendre :

$$B = \frac{N}{\sum_m \exp(-E^0_m/kT)}.$$

Cela revient à prendre la valeur moyenne par cm³, d'où :

$$\chi = \frac{N \overline{\overline{P^{\mathcal{E}}}}}{\overrightarrow{\mathcal{E}}(t)} = \frac{n^2 - 1}{4\pi} = 2B \sum_{m,n} \frac{\omega_{mm} \left|p^{\mathcal{E}}_{nm}\right|^2}{\hbar(\omega^2_{mn} - \omega^2)} e^{-E_n^0/kT}.$$

C'est précisément la formule de la dispersion de Kramers-Heisenberg.

Manuscrit reçu le 5 mai 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Van Vleck, *Theory of electric and magnetic susceptibilities*, p. 182.

REVUE DES LIVRES

Heitler (W.), **Théorie quantique du rayonnement,** 3e édition. (1 vol. relié, 16 × 25 cm, 430 p., Clarendon Press, Oxford, 1954. Prix : 45 sh.) (en anglais).

Nous avons déjà rendu compte, il y a longtemps, de la première édition de ce grand ouvrage (1936). La troisième mérite une nouvelle analyse, car elle englobe un domaine nouveau. Aux interactions entre matière et rayonnement, traitées par la méthode classique des perturbations, on ajoute la théorie quantique des champs, telle qu'elle résulte des travaux récents de MM. Feynmann, Dyson, Schwinger, etc... Cette théorie cherche à expliquer les phénomènes de masse et de charge propres de l'électron et en particulier la correction spectroscopique de Lamb-Retherford (en théorie de Dirac) et le moment magnétique propre de l'électron, qui présente une petite anomalie.

L'exposé de M. Heitler est objectif et impartial. Au chapitre II, il reprend sommairement l'algèbre des fonctions δ et des fonctions apparentées. Au chapitre III, la deuxième quantification et l'interaction des électrons et du rayonnement. Au chapitre IV, la théorie avancée des perturbations, mise au point par les travaux des physiciens de la nouvelle école. Enfin, au chapitre VI, les phénomènes ambigus : self-énergie de l'électron, correction du moment magnétique, polarisation du vide, effet Lamb-Retherford. Les calculs sont analysés et esquissés, mais on renvoie aux mémoires originaux, dans la plupart des cas, pour leur exécution intégrale. M. Heitler souligne le résultat étonnant de cette théorie : Sur une base arbitraire (on néglige partout des quantités infinies, dont on calcule cependant les corrections finies) et avec des calculs comportant des hypothèses parfois choquantes, on arrive à des résultats numériques exacts à un millionième près, sans avoir introduit de constante numérique arbitraire. Le résultat de cette théorie, appelée théorie de la renormalisation, est certainement l'événement le plus curieux et le plus sensationnel de la physique théorique depuis trente ans.

J. Winter.

Hill (T. L.), **Mécanique statistique.** (Statistical Mechanics.) 1 vol., 15 × 23 cm, 432 p., MacGraw-Hill, New-York, 1956, prix 67/6d.

Cet ouvrage est consacré à l'étude des gaz imparfaits, de la condensation et de la structure de l'état liquide, ainsi qu'aux états d'ordre dans les surstructures cristallines ; le dernier chapitre est consacré à l'étude des solides et des liquides considérés comme des cristaux. Le point le plus important de l'ouvrage est l'étude des liquides ; elle est fondée sur la notion de « cluster », ou groupement de molécules. On envisage le liquide comme constitué à partir de petites agglomérations de deux, trois ou quatre, etc... molécules. Cette notion n'est pas parfaitement claire du point de vue physique ; envisagée comme une méthode de calcul purement mathématique des sommes d'états statistiques, elle reste difficile à apprécier. Il s'agit d'un ouvrage purement théorique.

J. Winter.

SUR LA DÉSINTÉGRATION DU ^{185}W

Par NADINE MARTY et MICHEL VERGNES,
Laboratoire de Physique et Chimie Nucléaires, Collège de France.

Sommaire. — ^{185}W se désintègre par émission d'un spectre β d'énergie maxima 425 ± 2 keV ; la raie de 57 keV est la raie X de Ta sans doute due à la capture K de ^{181}W. On attribue le fond continu γ avec un maximum vers 120 keV au freinage interne et externe accompagnant la désintégration β de ^{185}W.

$^{185}_{74}$W de période 74,5 jours se désintègre par émission β pour donner $^{185}_{75}$Re dont le spin à l'état fondamental a été déterminé [1] comme égal à 5/2. Plusieurs travaux [2 à 9] ont porté sur cette désintégration mais alors que les différents auteurs [3 à 6]

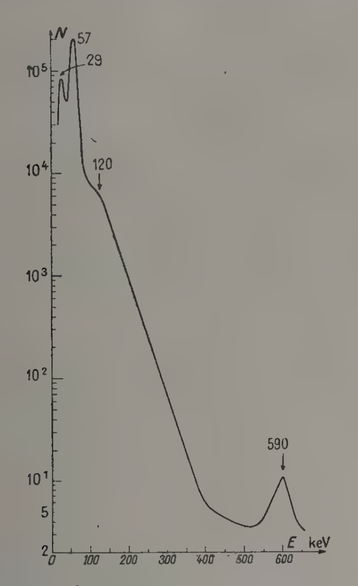


FIG. 1. — Spectres des rayonnements γ.

qui ont étudié le spectre β émis, sont en accord pour lui attribuer une forme permise et une énergie maxima de 428 ± 5 keV, les résultats les plus différents ont été trouvés concernant les rayonnements γ émis par ce radioélément. Nous avons rassemblé dans le tableau suivant les résultats les plus récents concernant l'émission de γ par ^{185}W.

D'autre part, par excitation coulombienne de ^{185}Re, on a mis en évidence à 125 et 286 keV les niveaux de rotation 7/2 + et 9/2 + du niveau fondamental [10 à 13]. Le premier niveau est aussi atteint dans la désintégration de ^{185}Os [14] alors que ni le γ de 55 keV ni celui de 134 keV ne sont signalés dans cette désintégration.

Nous avons repris l'étude de ^{185}W à l'aide d'un spectrographe β Slätis-Siegbahn, d'un spectromètre à scintillations et d'un montage de coïncidences entre deux spectromètres à scintillations. Les sources étaient obtenues par irradiation pendant trois mois à la pile P2 de Saclay de tungstène en poudre.

On laissait ensuite décroître pendant 40 jours les périodes courtes. Pour l'étude du spectre β, des sources minces étaient préparées par formation de films de LC 600 dans lequel la poudre de tungstène avait été émulsionnée.

Le spectre β, déterminé avec un pouvoir de résolution de 2,5 % et une fenêtre de compteur de 120 μg/cm² est simple, à forme permise audessus de 125 keV ; son énergie maxima déduite par la méthode de la droite de Fermi est 425 ± 2 keV, en bon accord avec les valeurs précédemment obtenues. La région correspondant aux raies de conversion K d'un photon de 134 keV et L d'un photon de 56 keV a été étudiée avec une précision de 1 % ; aucun écart par rapport au spectre β supérieur aux fluctuations statistiques n'a été observé.

Le spectre γ déterminé au compteur à scintillations est représenté figure 1 ; la raie de 57 keV est dissymétrique comme le sont les raies X en raison de la superposition des raies K_α et K_β ; son énergie a été déterminée avec une grande précision par comparaison avec les raies X du tantale (con-

CORK, KELLER, STODDARD [4],	raies de conversion L et M de γ 133,7 keV.
LAZAR, MOFFAT, LANGER [5],	pas de γ 134 keV ; raie X attribuée au Ta (capture K de ^{181}W).
BISI, TERRANI, ZAPPA [6],	raie γ 55,6 keV.
MIJATOVIC [7],	raie X 60 keV ; raie γ faible 134 keV.
KREGER, MCISAAC, MACKIN [8],	raie X 59,5 keV due à ^{181}W ; γ faibles 570 et 77 keV.
SEBASTIAN, WEBER [9],	raie γ 132 keV ; conversion très faible.

version interne des γ de ^{181}Ta provenant de ^{181}Hf, raies X du tungstène obtenue par absorption de rayonnements γ mous dans un écran de tungstène, raies X de Rhénium, suivant la capture K de ^{185}Os. La raie qui apparaît dans la source de ^{185}W est exactement superposable à la raie X de Ta (*fig.* 2).

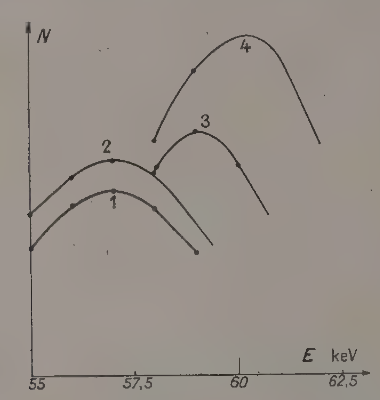


FIG. 2. — Attribution de la raie de 57 kev.
1. ^{185}W.
2. Raie X de Ta.
3. Raie X du W.
4. Raie X du Re.

Le rapport des intensités I_x de la raie de 57 keV et I_β du spectre β^- de ^{185}W a été mesuré par comparaison avec le rapport $\left(\frac{I_x}{I_\beta}\right)_{Cs}$ d'une source de ^{137}Cs. On trouve $\frac{I_x}{I_\beta} = 0{,}035$. Il faudrait alors pour expliquer l'absence de raie de conversion, admettre pour cette transition de 57 keV un coefficient de conversion L inférieur à 1/10 du plus faible des coefficients de conversion L calculés par Rose, Goertzel et Swift pour $Z = 75$, celui d'un dipôle électrique.

Une étude de coïncidences au compteur à scintillation entre électrons du spectre β et rayonnements γ nous a montré que la raie de 57 keV n'était pas en coïncidence avec le spectre β émis par ^{185}W (1). Nous avons donc attribué cette raie à la capture K de ^{181}W formé par réaction (n, γ) sur ^{180}W, les proportions isotopiques de ^{180}W et ^{184}W étant respectivement de 0,135 % et 30,6 % ; on en déduit le rapport des sections efficaces de capture de neutrons de ^{180}W et ^{184}W comme supérieur à 6, de l'ordre de 15 en tenant compte de la valeur P_L/P_k du rapport des probabilités de capture L et K de ^{181}W trouvée par Bisi, Terrani et Zappa [15].

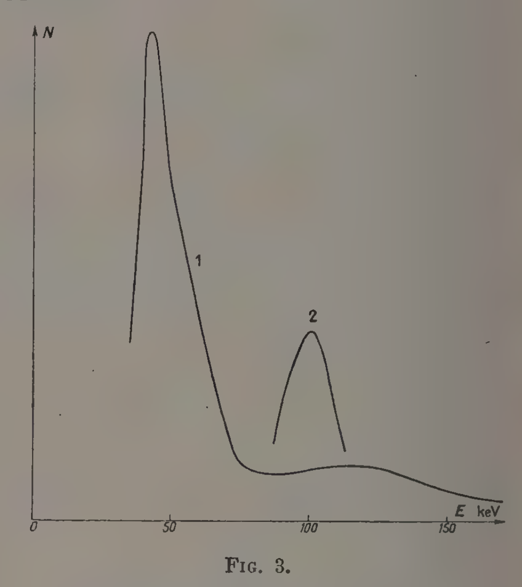


FIG. 3.

1. Spectre γ avec écran de Gd.
2. Forme d'une raie de 100 keV.

Le spectre γ présente une bosse aux environs de 110 à 120 keV ; pour mieux la mettre en évidence, la raie de 57 keV a été absorbée dans un écran d'oxyde de gadolinium (*fig.* 3) ; il apparaît alors un spectre continu présentant un maximum vers 120 keV, nous avons tracé par comparaison la forme d'une raie γ de 100 keV ; la forme et l'intensité de ce spectre continu sont en bon accord avec le spectre continu de freinage interne et externe du spectre β émis dans la désintégration de ^{185}W.

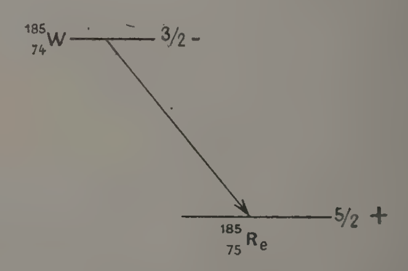


FIG. 4. — Schéma de désintégration de ^{185}W.

Sur la figure 1 on note une raie de 590 keV, son intensité est 1,4 10^{-3} de celle de la raie de 57 keV, donc il y a un γ de 590 keV pour 2.10^4 désin-

1. Dans un travail tout récent [16] Bhattacherjee et Raman indiquent l'existence de coïncidences entre γ (non sélectionnés) et spectre β. Nous avons repris notre étude avec un dispositif de coïncidences « rapide lent » de temps de résolution 2.10^{-8}. Nous avons trouvé pour la raie de 57 keV un rapport $\frac{N_{\beta\gamma}}{N_\gamma}$ inférieur à 1/50 du rapport trouvé dans les mêmes conditions avec une source d'or. Le seul rayonnement γ trouvé en coïncidence avec les β était la raie de 28 keV provenant de l'échappement des raies X de l'iode du cristal de INa à fenêtre mince qui servait à détecter les β.

tégrations de ^{185}W, cette raie doit être due à une impureté de période longue dont nous n'avons pu déterminer la nature.

Les résultats obtenus nous permettent de conclure que ^{185}W se désintègre par émission d'un spectre β simple suivant le schéma représenté figure 4.

Manuscrit reçu le 3 juillet 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] MACK (J. E.), *Rev. Mod. Physics*, 1950, **22**, 64.
[2] PEACOCK (C. L.) et WILKINSON (R. G.), *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 297.
[3] SHULL (F. B.), *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 917.
[4] CORK (J. M.), KELLER (H. B.) et STODDARD (A. E.), *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 575.
[5] LAZAR (N.), MOFFAT (R. J. D.) et LANGER (L. M.), *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 498.
[6] BISI (A.), TERRANI (S.) et ZAPPA (L.), *Nuovo Cimento*, 1955, **1**, 291.
[7] MIJATOVIC (A. H.), *Bull. Inst. Nucl. Sc.*, « Boris Kidrich », 1954, **63**, 75.
[8] KREGER (W. E.), MCISAAC (L. P.), MAKIN (J. L.) et LAI (J. R.), *B. A. P. S.*, 1955, **30**, n° 1, 9.
[9] SEBASTIAN (T. C.) et WEBER (A. H.), *B. A. P. S.*, 1956, **1**, 135.
[10] MCCLELLAND (C.), MARK (H.) et GOODMAN (C.), *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 1191.
[11] DAVIS (R. H.), DIVATIA (A. S.), MOFFAT (R. B.) et LIND (D. A.), *B. A. P. S.*, 1955, **30**, n° 7, 39.
[12] BERNSTEIN (E. M.) et LEWIS (H. W.), *B. A. P. S.*, 1956, **1**, 41.
[13] WOLICKI (E. A.), FAGG (L. W.) et GEER (E. H.), *Phys. Rev.*, 1955, **100**, 1265.
[14] PRUETT (C. H.) et WILKINSON (R. G.), *B. A. P. S.*, 1955, **30**, 10.
[15] BISI (A.), TERRANI (S.) et ZAPPA (L.), *Nuovo Cimento*, 1955, **1**, 651.
[16] BHATTACHERJEE (S. K.) et RAMAN (S.), *Nuovo Cimento*, 1956, **3**, 1131.

INFORMATION

L'Université de Pittsburgh (Pennsylvania, U. S. A.) annonce sa troisième " Conférence sur la structure nucléaire " qui se tiendra à Pittsburg les 6, 7 et 8 juin 1957. Adresser le courrier à *N. Austern, Sarah Mellon Scaife Laboratory, University of Pittsburgh, Pittsburgh* 13, *Pennsylvania, U. S. A.* Les organisateurs espèrent pouvoir organiser une telle conférence tous les deux ans dans l'avenir.

LETTRES A LA RÉDACTION

LES ÉQUATIONS DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME NON CONSERVATIF DÉDUITES D'UNE INTÉGRALE D'ACTION INVARIANTE

Par Émile DURAND,
Faculté des Sciences de Toulouse, Physique Théorique.

L'auteur [1] a donné une généralisation des équations de Maxwell quand il y a création ou annihilation des charges électriques. Aux 6 composantes du champ électromagnétique B^{pq}, il faut ajouter une septième composante Ω qui est un invariant. Ces composantes sont réunies au quadripotentiel A^p (avec $p = 1, 2, 3, 4$) par les relations

$$B^{pq} = \partial^p A^q - \partial^q A^p, \qquad \Omega = \partial_q A^q, \tag{1}$$

et elles obéissent aux 8 relations

$$\partial_q B^{pq} - \partial^p \Omega = \mu_0 J^p, \qquad \partial_q B^{\overline{pq}} = 0. \tag{2}$$

Nous allons montrer que ces équations (2) peuvent être obtenues en annulant la variation de l'intégrale

$$\mathcal{L} = \frac{1}{ic}\iiiint \Big\{ A_p J^p - \frac{1}{2\mu_0}\Big[\frac{1}{2}(\partial_p A_q - \partial_q A_p)(\partial^p A^q - \partial^q A^p) + (\partial_p A^p)(\partial_q A^q)\Big]\Big\} \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4, \tag{3}$$

ou

$$\mathcal{L} = \frac{1}{ic}\iiiint \Big\{ A_p J^p - \frac{1}{2\mu_0}\Big[\frac{1}{2}B_{pq}B^{pq} + \Omega^2\Big]\Big\} \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4, \tag{4}$$

étendue à un domaine d'Univers limité par une hypersurface sur laquelle $\delta A_p = 0$. Cette expression (3) diffère du Lagrangien classique par la présence du terme supplémentaire $\Omega^2 = (\partial_p A^p)^2$.

En effet, en supposant que J_p est donné, on a $\delta J_p = 0$ et de (3) on tire

$$ic.\delta\mathcal{L} = \iiiint \Big\{ J^p \delta A_p - \frac{1}{\mu_0}\Big[\frac{1}{2}(\partial_p.\delta A_q - \partial_q.\delta A_p) B^{pq} + \Omega.\partial_p(\delta A^p)\Big]\Big\} \times \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4. \tag{5}$$

En permutant les indices muets p et q et en tenant compte de $B^{pq} = -B^{qp}$, on voit que les deux premiers termes du crochet sont égaux, d'où

$$ic.\delta\mathcal{L} = \iiiint \Big\{ J^p.\delta A_p - \frac{1}{\mu_0}[\Omega\partial_p(\delta A^p) - B^{pq}\partial_q(\delta A_p)]\Big\} \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4 \tag{6}$$

ceci peut s'écrire

$$ic.\delta\mathcal{L} = \iiiint \Big\{ \frac{1}{\mu_0}[\partial_q(B^{pq}.\delta A_p) - \partial_p(\Omega.\delta A^p)]\Big\} \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4 + \iiiint \Big\{\mu_0 J^p - \partial_q B^{pq} + \partial^p \Omega\Big\}\frac{\delta A_p}{\mu_0}.\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4. \tag{7}$$

La première intégrale de (7) se transforme en intégrale d'hypersurface et s'annule sur cette limite, qui peut d'ailleurs être rejetée à l'infini. Dans ces conditions, on voit que $\delta\mathcal{L} = 0$ entraîne bien la première équation (2). (La deuxième équation (2) est une identité, en vertu de (1).)

Si l'on introduit les masses magnétiques fictives et les courants magnétiques fictifs, il est naturel de considérer aussi le cas où il y a création de ces masses magnétiques. L'auteur a montré que dans ces conditions il faut généraliser le champ électromagnétique par un champ à 8 composantes H^{pq}, Ω, Ω_*. Ces 8 composantes sont reliées aux 4 potentiels électriques A^p et aux 4 potentiels magnétiques A^p_* par les relations

$$\begin{cases} H^{pq} = [\partial^p A^q - \partial^q A^p] + ic\,\mu_0\,\overline{[\partial^p A^q_* - \partial^q A^p_*]}, \\ \Omega = \delta_q A^q, \qquad \Omega_* = \delta_q A^q_*. \end{cases} \tag{8}$$

Elles obéissent aux 8 équations

$$\partial_i H^{pq} - \partial^p \Omega = \mu_0 J^p, \quad \partial_q H^{\overline{pq}} - ic\,\mu_0\,\partial^p \Omega_* = ic^{-1} J^p_*. \tag{9}$$

Tout comme précédemment, on peut montrer que ces 8 équations (9) peuvent s'obtenir en annulant la variation de l'intégrale

$$ic\mathcal{L} = \iiiint \Big\{ A_p J^p - A^*_p J^p_* - \frac{1}{4\mu_0} H_{pq} H^{pq} - \frac{1}{2}\Big(\frac{\Omega^2}{\mu_1} + \frac{\Omega^2_*}{\varepsilon_0}\Big)\Big\} \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4. \tag{10}$$

On en déduit en effet

$$\begin{aligned} ic.\delta\mathcal{L} = &-\iiiint \partial_p \Big\{\frac{\Omega}{\mu_0}\delta A^p + \frac{\Omega_*}{\varepsilon_0}\delta A^p_* + \frac{H^{pq}}{\mu_0}\delta A_q + icH^{\overline{pq}}\,\delta A^*_q\Big\} \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4 \\ &+ \iiiint \Big\{\mu_0 J^p + \partial^p \Omega - \partial_q H^{pq}\Big\}\frac{\delta A_p}{\mu_0}.\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4 \\ &+ \iiiint \Big\{ic.\partial_q H^{\overline{pq}} + \frac{1}{\varepsilon_0}\partial^p\Omega - J^p_*\Big\}\,\delta A^*_p.\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3\,\mathrm{d}x_4. \end{aligned}$$

On voit que $\delta\mathcal{L} = 0$ est identique aux équations (9), car la première intégrale du second membre de (11) se transforme en intégrale d'hypersurface et s'annule, puisque $\delta A_p = \delta A^*_p = 0$ sur les limites du domaine quadri-dimensionnel. On a de plus $\varepsilon_0\,\mu_0\,c^2 = 1$.

Manuscrit reçu le 4 septembre 1956.

[1] *C. R. Acad. des Sciences*, 1956, **242**, p. 1862.

SPECTRES D'ÉMISSION ET D'ABSORPTION DE PbI_2 AUX BASSES TEMPÉRATURES

Par Serge Nikitine et Guy Perny,

Laboratoire de Spectroscopie et d'Optique du Corps Solide, Institut de Physique de l'Université de Strasbourg.

Les spectres d'émission et d'absorption de PbI_2 déposé en couches minces (épaisseurs de l'ordre du μ) sur des lames de verre ou de silice ont été étudiés à 4 °K et 77 °K. Différentes méthodes ont été utilisées pour la préparation de ces couches :

1) ioduration de lames minces de plomb,

2) sublimation de plomb dans une atmosphère d'iode,

3) suspensions microcristallines dans des films d'alcool polyvinylique,

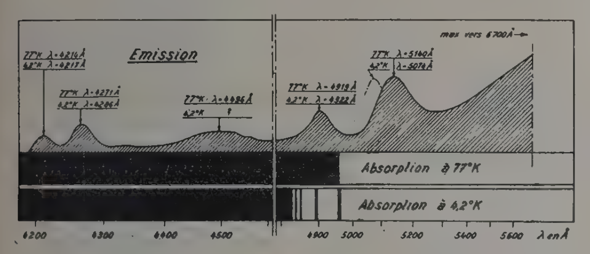
4) sublimation de PbI_2 en poudre sur des supports placés à courte distance,

5) fusion sur lames de verre.

Nous avons également étudié des monocristaux perpendiculaires à l'axe sénaire.

Le spectre d'absorption ordinaire est conforme à nos résultats antérieurs [1]. Nous avons toutefois observé avec l'une des lames, une raie d'absorption supplémentaire à $\lambda = 4\,917$ Å pour la température de l'hélium liquide. Cette raie pourrait appartenir également au spectre ordinaire. Les raies du spectre d'absorption extraordinaire n'ont pas encore pu être observées avec des lames autres que sublimées ou fondues. Les monocristaux perpendiculaires à l'axe ont été trop épais et n'ont donné qu'un palier d'absorption de limite $\lambda > 4\,947$ Å.

Le spectre d'émission de PbI_2 excité en lumière de Wood dépend du mode de préparation des couches.



Spectres d'absorption et d'émission de PbI^2 à 77 °K et 4 °K.

Toutes les lames montrent une luminescence rouge Avec des couches sublimées et des monocristaux, nous avons observé deux groupes (I et II) de trois bandes chacun ; les longueurs d'onde de ces bandes, sauf l'une, varient en sens inverse de la température absolue (voir *fig.*). La forme de ces bandes se rapproche de celle d'une courbe de Gauss et leur demi-largeur diminue, à l'intérieur d'un groupe donné, avec la longueur d'onde. L'intensité d'émission est fortement conditionnée par la température de l'échantillon. La luminescence, très forte aux basses températures, diminue quand celles-ci augmentent. Seules les bandes du groupe I (grandes longueurs d'onde) obéissent à la loi de Stokes par rapport à la limite de la série hydrogénoïde de raies d'absorption. Avec certains échantillons, nous n'avons observé que les bandes du groupe I. Les bandes à $\lambda \sim 6\,700$ Å et $\lambda \# 5\,140$ Å ont déjà été observées par V. A. Arkhanguelskaïa et P. P. Feofilov [2]. Il semble que ces bandes d'émission soient en rapport avec le spectre d'absorption de l'exciton. L'excitation ultra-violette correspondrait au transfert d'électrons dans la bande de conduction et à la formation d'excitons. Ces excitons polarisent ensuite le réseau. L'émission se produit alors à partir de niveaux d'excitons polarisés, lors de la recombinaison des trous et des électrons. Les raies et bandes antistokes par rapport à la limite de série pourraient correspondre à des raies d'exciton non encore observées appartenant à une bande d'absorption continue différente de celle qui débute vers $\lambda = 4\,947$ Å. Remarquons, d'autre part, que les longueurs d'onde des raies du groupe II sont très voisines de certaines raies d'émission d'AgI [3]. On peut se demander s'il s'agit d'une coïncidence ou bien si elles sont dues à des impuretés accidentelles d'argent dans le réseau de PbI_2.

Manuscrit reçu le 7 septembre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Nikitine (S.) et Perny (G.), *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 64.

[2] Arkhanguelskaia (V. A.) et Feofilov (P. P.), Colloque de Luminescence de Paris, mai 1956, *J. Physique Rad.*, 1956, **8-9**, 824.

[3] Nikitine (S.) et Perny (G.), (A paraître).

LUMINESCENCE DE LAMES MINCES DE CuI AUX TRÈS BASSES TEMPÉRATURES

Par Serge Nikitine et René Reiss,

Laboratoire de Spectroscopie et d'Optique du Corps Solide, Institut de Physique de l'Université de Strasbourg.

Nous avons, dans une note récente [1], donné le spectre de luminescence de plusieurs lames de CuI à la température de l'azote liquide (T. A. L.). Deux de ces lames ont été étudiées à la température de l'hélium liquide (T. He. L.)

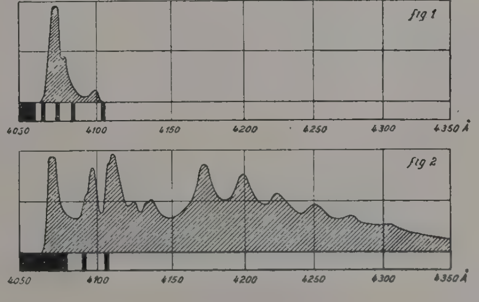


Fig. 1 et 2.

a) **Lame sublimée et recuite dans le vide.** — Le spectre d'absorption de cette lame, déjà publié [2], a été reproduit sur la figure 1.

La lame étant éclairée en lumière de Wood, le spectre de luminescence également représenté sur la figure 1 présente trois maxima d'émission, le premier très accentué de 4 076 à 4 071 Å, le deuxième à 4 079 Å, le troisième vers 4 098 Å.

b) **Lame fondue.** — 1° *Absorption :* Nous avons obtenu deux raies d'absorption (λ = 4 106 et 4 093 Å) suivies d'un fond continu débutant vers 4 086 Å. Le spectre d'absorption est représenté sur la figure 2, sous le spectre de luminescence.

2° *Émission :* Le spectre de luminescence présente une raie intense s'étendant de 4 075 à 4 071 Å, puis deux raies présentant une structure de doublets d'inégale intensité (λ = 4 093,5 et 4 097,5 d'une part ; 4 107 et 4 111 Å d'autre part), puis une raie faible (λ = 4 125 Å) suivie d'un autre doublet (4 133-4 137 Å). Viennent ensuite six raies d'émission quasi équidistantes (λ = 4 171,5 ; 4 198,5 ; 4 226 ; 4 255 ; 4 282 ; 4 310 Å), l'intervalle moyen entre deux raies étant de 154 cm^{-1}.

c) **Interprétation des spectres.** — Certaines raies d'émission du premier groupe (entre 4 050 et 4 150 Å) peuvent correspondre à des raies d'exciton déjà observées [2]. Mais parmi les raies (α) obtenues à la T. A. L. avec chacun des deux échantillons étudiés, les raies 4 050, 4 059 et 4 066 Å ne sont plus observées à la T. He. L. Il est possible que ceci soit à rapprocher des propriétés des corps phosphorescents. Étant donné la présence des raies (β) — raies et doublets de plus grande longueur d'onde que les raies d'exciton connues — nous suggérons d'admettre qu'aux très basses températures, l'exciton polarise le réseau du cristal. La désintégration de l'exciton se ferait à partir de niveaux métastables polarisés de plus faible énergie que les niveaux d'exciton non polarisés. Cette désintégration aurait lieu, dans certains cas, avec activation de vibrations optiques, ce qui explique le deuxième groupe de raies (entre 4 150 et 4 350 Å). Cette partie du spectre d'émission est en effet analogue au spectre de Ewles-Kröger dans CdS, le niveau d'exciton dans l'interprétation de Kröger et Meyer étant remplacé pour CuI par un niveau d'exciton polarisé.

Manuscrit reçu le 7 septembre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Reiss (R.), *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **243**, 902.
[2] Nikitine (S.), Reiss (R.) et Perny (G.), *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **242**, 2540.

RELAXATION QUADRUPOLAIRE ET LARGEUR DES RAIES DE RÉSONANCE NUCLÉAIRE MAGNÉTIQUE DANS LES LIQUIDES COMPRIMÉS

Par J. Seiden,
Laboratoire d'Électronique et de Radioélectricité,
33, avenue du Général-Leclerc, Fontenay-aux-Roses (Seine)

En résonance nucléaire magnétique, le temps de relaxation T_1 de spins nucléaires $I = 1/2$ dans un liquide diamagnétique peu visqueux est donné par une expression de la forme [1].

$$\frac{1}{T_1} = A\tau_r + NB\tau_t = \frac{C}{D_r} + \frac{NE}{D_t}. \qquad (1)$$

Le terme $A\tau_r = C/D_r$ représente la contribution de la rotation de la molécule : c'est un effet intramoléculaire. D_r et τ_r sont respectivement le coefficient de diffusion et le temps de corrélation relatifs à cette rotation. Le terme $NB\tau_t = NE/D_t$ représente la contribution provenant des mouvements des molécules les unes par rapport aux autres (mouvements de « translation ») : c'est un effet intermoléculaire. N est le nombre de molécules par cm³, D_t et τ_t sont respectivement le coefficient de diffusion et le temps de corrélation relatifs à ces mouvements de translation. A, B, C et E sont des constantes indépendantes de la température T et de la pression P. D'après la relation de Stokes-Einstein, on a

$$D_t \sim \frac{T}{\eta} \qquad (2)$$

η étant la viscosité du liquide. D'autre part

$$D_r \sim \frac{T}{\eta} \qquad (2)$$

de sorte que

$$\frac{1}{T_1} \sim \frac{\eta}{T}. \qquad (4)$$

La viscosité $\eta(P, T)$ d'un liquide augmentant lorsqu'on comprime ce liquide, Benedek et Purcell [2] ont mesuré T_1 et D_t dans plusieurs liquides comprimés jusqu'à $P = 10\,000$ kg/cm², afin de vérifier les relations (2) et (4). Ils ont trouvé ainsi que (2) était vérifiée (pour l'eau) mais que par contre (4) ne l'était pas : dans toutes les expériences réalisées, $\eta(P, T)\, T_1(P, T)$ augmentait avec la pression P (la température étant maintenue constante).

On en déduit que (3) cesse d'être valable lorsque la pression croît sensiblement. Benedek et Purcell pensent pouvoir interpréter ces résultats par l'hypothèse que la compression du liquide restreindrait davantage les mouvements de translation des molécules que leurs mouvements de rotation. Il semble difficile d'invoquer des déformations intramoléculaires éventuelles, car elles produiraient probablement un effet plus faible de sens opposé à celui qui est observé, mais cela n'est pas certain.

La connaissance exacte des mouvements des molécules est très importante pour la théorie moléculaire des liquides. Aussi donnerons-nous ici un moyen plus direct d'obtenir τ_r et D_r et de vérifier l'hypothèse de Purcell-Benedek. Considérons des liquides contenant des noyaux de spin $I > 1/2$. Ces noyaux se relaxent principalement par l'intermédiaire du couplage de leur moment quadrupolaire Q avec le gradient de champ électrique [3] ; celui-ci ne fluctue que par suite des mouvements de rotation de la molécule, les mouvements de translation ne le modifient pas [3]. Il en résulte que l'on aura en ce cas (le liquide étant peu visqueux).

$$\frac{1}{T_1} = A'(I)\,\tau_r = \frac{C'(I)}{D_r} = \frac{1}{T_2} \qquad (5)$$

A' et C' étant des constantes indépendantes de la température et de la pression. En mesurant T_2 (largeur

de la raie) ou T_1 en fonction de la pression P, on aura donc directement $\tau_r(P, T)$ et $D_r(P, T)$. On trouvera probablement que $\eta(P, T)\, T_1(P, T)$ croît plus rapidement avec P que dans les expériences de Benedek-Purcell où l'on avait $I = 1/2$.

Il est possible que de fortes compressions entraînent des déformations des couches électroniques de la molécule. A' et C' ne seraient plus alors indépendants de la pression. Mais cet effet semble devoir être très faible.

Manuscrit reçu le 25 septembre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Blœmbergen, Purcell et Pound, *Phys. Rev.*, 1948, **73**, 679.
[2] Benedek et Purcell, *J. Chem. Phys.*, 1954, **22**, 2003.
[3] Seiden (J.), *C. R. Acad. Sci.*, 1956, **242**, 2715.

SUR LA MESURE D'ÉPAISSEUR DES FEUILLES PAR L'ABSORPTION DES RAYONS β ÉMIS PAR ^{60}Co, ^{204}Tl, ^{90}Sr, ET ^{106}Ru

Par Ouang Te-Tchao.
École Supérieure de Physique et de Chimie, Paris.

Il est bien connu que la masse d'une feuille mince quelconque peut être mesurée avec précision par la méthode d'absorption des rayons β. Ce procédé est couramment utilisé dans l'industrie pour contrôler,

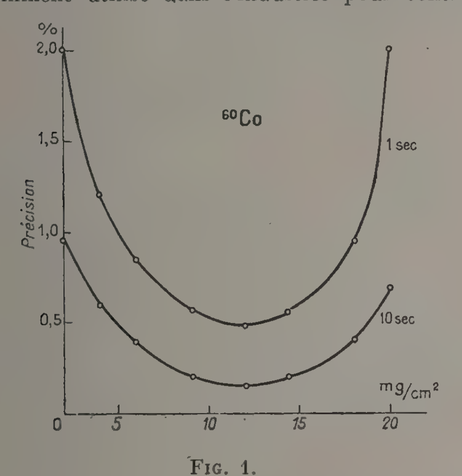


Fig. 1.

sans contact direct, l'épaisseur du papier, du plastique, etc., en cours de fabrication. Or, la précision des mesures dépend non seulement de la sensibilité du détecteur, mais surtout du choix d'un émetteur β approprié. Il est donc intéressant de déterminer par l'expérience la région optimum d'épaisseur pour un émetteur β donné.

Nous avons utilisé deux chambres d'ionisation montées en opposition. La charge est mesurée par un électromètre à lampes suivi d'un amplificateur à courant continu. Par raison de commodité, nous n'utilisons que des émetteurs β, ou β et γ, dont la période est voisine ou supérieure à un an. Pour cette raison, nous avons adopté plutôt le ^{60}Co que le ^{35}S pour des feuilles de très faibles épaisseurs, bien que le ^{60}Co émette en même temps des β de 0,306 MeV et des γ de 1,17 et 1,33 MeV. Les écrans absorbants sont des feuilles de papier. Pour les faibles épaisseurs, nous avons utilisé des papiers destinés aux diélectriques des condensateurs (moins de 2 mg/cm²).

La figure 1 montre que pour le ^{60}Co, l'épaisseur optimum est de 12 mg/cm², la constante de temps étant de 1 s. Si l'on ne demande qu'une précision de 1 % environ, le ^{60}Co convient entre 5 et 18 mg/cm² (*fig.* 1).

Pour le ^{204}Tl, cette région s'étend de 20 à 100 mg/cm², avec un optimum de 50 mg/cm² environ (*fig.* 2).

Le ^{90}Sr, en équilibre avec le ^{90}Y d'énergie maximum 2,18 MeV, est utilisable entre 100 et 700 mg/cm². L'optimum se situe à 400 mg/cm² environ comme le montre la figure (*fig.* 3).

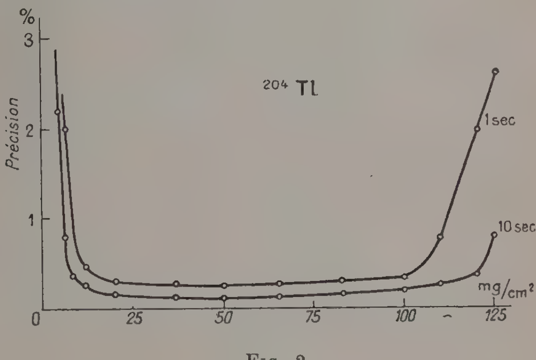


Fig. 2.

Enfin, le ^{106}Rh d'énergie maximum 3,55 MeV convient pour les épaisseurs de 100 à 1 500 mg/cm² l'optimum étant autour de 750 mg/cm² (*fig.* 4).

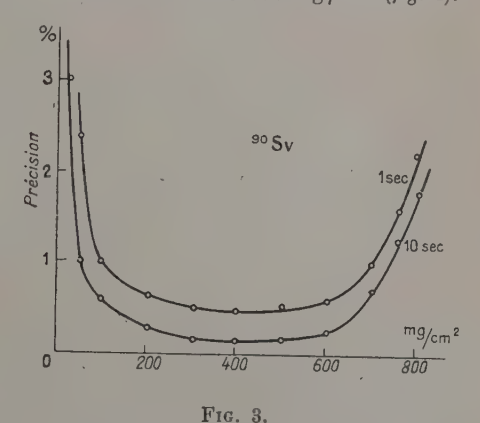


Fig. 3.

Si l'on trace la courbe représentative de l'énergie maximum E de chaque émetteur en fonction de l'épaisseur optima t, on obtient, à partir du ^{204}Tl,

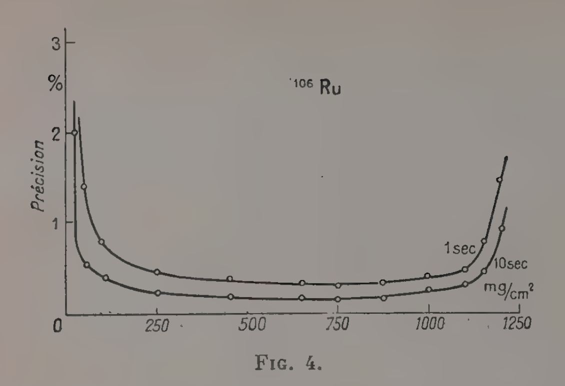


FIG. 4.

une droite analogue à la droite de l'énergie-parcours de Feather. En effet, on a :

$$t = 0{,}25 \ E - 0{,}14$$

où t est exprimé en g/cm², pour des valeurs de E

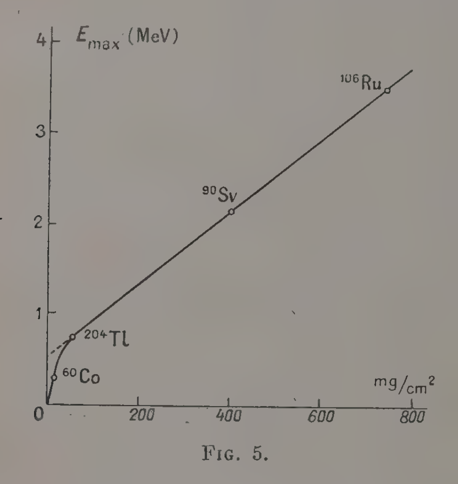


FIG. 5.

maxima comprises entre 0,765 MeV et 3,55 MeV (*fig.* 5).

Manuscrit reçu le 28 septembre 1956.

PROPAGATION D'UNE ONDE ACOUSTIQUE PLANE DANS UN CRISTAL PIÉZOÉLECTRIQUE INFINI

par Y. LE CORRE.

Laboratoire de Physique théorique du Collège de France.

Les calculs ci-dessous sont traités dans le cadre de la théorie de Laval [1], [2]. Mais les résultats que nous allons énoncer ne sont pas dus essentiellement aux écarts que présente cette théorie avec la théorie classique de l'élasticité. Dans la théorie de Laval un cristal triclinique possède 45 coefficients élastiques $\mathcal{C}_{\alpha\beta,\gamma\delta}$ symétriques seulement en $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$. Nous avons montré [3], [4], [5] qu'il convient alors de prendre en compte des tenseurs d'effort $T_{\alpha\beta}$ et de déformation $S_{\alpha\beta}$ à 9 composantes distinctes. Il en résulte que le nombre des coefficients piézoélectriques indépendants $e_{\gamma,\alpha\beta}$ peut s'élever à 27 mais est abaissé par la symétrie du milieu cristallin.

Pour passer de la théorie de Laval à la théorie classique il suffit d'admettre la symétrie supplémentaire en α et β et en γ et δ pour les grandeurs $\mathcal{C}_{\alpha\beta,\gamma\delta}$, $T_{\alpha\beta}$ et $e_{\gamma,\alpha\beta}$.

Nous restons dans le domaine des longueurs d'onde acoustique très grandes devant les distances interatomiques.

Le champ électrique **E** et l'induction **D** doivent vérifier les relations :

$$\text{Rot } \mathbf{E} = 0 \qquad \text{Div } \mathbf{D} = 0. \tag{1}$$

Si une onde plane se propage dans un cristal piézoélectrique infini, cette condition signifie que le champ électrique est normal aux plans d'onde tandis que l'induction leur est parallèle. Cette remarque a son importance car si le cristal n'est plus infini mais est une plaque non métallisée limitée par deux plans parallèles aux plans d'ondes, les équations aux limites sont satisfaites pour le champ et l'induction.

Si l'on considère une onde se propageant dans la direction q, l'équation aux valeurs propres s'écrit :

$$\rho V^2 \, U_\alpha = \sum_{\beta\gamma\delta} \mathcal{C}^{E_\perp, D_{\parallel}}_{\alpha\beta,\gamma\delta} \, q_\beta \, q_\delta \, U_\gamma \tag{2}$$

$\mathcal{C}^{E_\perp, D_{\parallel}}_{\alpha\beta,\gamma\delta}$ est un coefficient élastique pris pour des composantes nulles du champ perpendiculairement à $\mathbf{q}$ et de l'induction parallèlement à $\mathbf{q}$, Ce coefficient se calcule aisément à partir des équations d'état piézoélectriques :

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta} &= \sum_{\gamma\delta} \mathcal{C}^{E}_{\alpha\beta,\gamma\delta} \, S_{\gamma\delta} - \sum_{\gamma} e_{\gamma,\alpha\beta} \, E_\gamma \\ D_\alpha &= 4\pi \sum_{\beta\gamma} e_{\alpha,\beta\gamma} \, S_{\beta\gamma} + \sum_{\gamma} \varepsilon^{S}_{\alpha\beta} \, E_\beta \end{aligned} \tag{3}$$

On trouve :

$$\sum_{\beta\delta} \mathcal{C}^{E_\perp, D_{\parallel}}_{\alpha\beta,\gamma\delta} \, q_\beta \, q_\delta = \sum_{\beta\delta} \mathcal{C}^{E}_{\alpha\beta,\gamma\delta} \, q_\beta \, q_\delta + \frac{4\pi \sum\limits_{\beta\delta\varepsilon\eta} e_{\delta,\alpha\beta} \, e_{\varepsilon,\gamma\delta} \, q_\beta \, q_\delta \, q_\varepsilon \, q_\eta}{\sum\limits_{\alpha\beta} \varepsilon^{S}_{\alpha\beta} \, q_\alpha \, q_\beta}. \tag{4}$$

Cette formule est d'un maniement commode et conduit à des calculs plus rapides que ceux de Meier et Schuster [6]. Il est intéressant de noter pue le potentiel électrique φ associé à l'onde élastique est :

$$\varphi = 4\pi \frac{\sum\limits_{\varepsilon\eta\gamma} e_{\varepsilon,\gamma\eta} \, q_\varepsilon \, q_\eta \, U_\gamma}{\sum\limits_{\alpha\beta} \varepsilon^{S}_{\alpha\beta} \, q_\alpha \, q_\beta} \exp j\omega \left(t - \frac{\sum\limits_{\delta} q_\delta \, \xi_\delta}{V} \right). \tag{5}$$

Cas du phosphate monoammonique (A. D. P.) ($\bar{4}2$ m). — Adoptons le référentiel suivant : $O\xi_1$ et $O\xi_2$: axes binaires, $O\xi_3$: axe quaternaire inverse. On trouve :

1° Ondes se propageant suivant l'axe quaternaire inverse $O\xi_3$: ($q_3 = 1$).

Une vibration longitudinale pure

$$\rho V^2 = \mathcal{C}^{E}_{33,33}.$$

Une vibration transversale pure dégénérée

$$\rho V^2 = \mathfrak{N}^E_{13,13}.$$

2° Ondes se propageant normalement à l'axe quaternaire inverse ($q_3 = 0$).

Une vibration transversale pure suivant $O\xi_3$:

$$\rho V^2 = \mathfrak{N}^E_{31,31} + 4\pi \frac{e^2_{2,31}(2q_1\,q_2)^2}{\varepsilon^S_{11}}.$$

Deux vibrations normales à $O\xi_3$ dont les vitesses de propagation ne dépendent pas des coefficients piézo-électriques.

On remarque que la vitesse de propagation de l'onde transversale pure parallèle à $O\xi_3$ dépend du produit $q_1\,q_2$: contrairement à ce qui a été écrit jusqu'à présent, la partie de la figure Bergmann-Schaefer qui lui correspond n'est pas un cercle. Il se trouve que l'écart n'est que de l'ordre de 10^{-4}. Mais si, à basse température, quand le cristal est ferroélectrique, le coefficient $e_{2,31}$ devenait du même ordre de grandeur que $e_{3,12}$, l'écart atteindrait 10 %.

Cas du titanate de baryum : TiO_3Ba (4 mm). — Adoptons les axes de référence suivants : $O\xi_1$ et $O\xi_2$ normaux aux miroirs (de telle sorte qu'ils deviennent axes quaternaires au-dessus du point de Curie à 120°), $O\xi_3$ parallèle à l'axe quaternaire. Nous donnerons les caractéristiques des ondes qui se propagent suivant deux directions particulières :

1° Ondes se propageant suivant l'axe quaternaire $O\xi_3$:

Une vibration longitudinale pure

$$\rho V^2 = \mathfrak{N}^E_{33,33} + 4\pi \frac{e^2_{3,33}}{\varepsilon^S_{33}}.$$

Une vibration transversale pure dégénérée

$$\rho V^2 = \mathfrak{N}^E_{13,13}.$$

2° Ondes se propageant suivant $O\xi_1$ ou $O\xi_2$:

Une vibration longitudinale pure

$$\rho V^2 = \mathfrak{N}^E_{11,11}.$$

Une vibration transversale pure suivant $O\xi_2$ ou $O\xi_1$:

$$\rho V^2 = \mathfrak{N}^E_{21,21}.$$

Une vibration transversale pure suivant $O\xi_3$:

$$\rho V^2 = \mathfrak{N}^E_{31,31} + 4\pi \frac{e^2_{1,31}}{\varepsilon^S_{11}}.$$

Les contributions piézoélectriques sont loin d'être négligeables car les carrés des coefficients de couplage $4\pi \frac{e^2_{3,33}}{\varepsilon^S_{33}\,\mathfrak{N}^E_{33,33}}$ et $4\pi \frac{e^2_{1,31}}{\varepsilon^S_{11}\,\mathfrak{N}^E_{31,31}}$ atteignent respectivement 25 % et 4 % pour une céramique orientée.

Notons enfin que pour le titanate de baryum, comme pour le phosphate d'ammonium, la théorie classique, contrairement à la théorie de Laval, admet l'égalité des coefficients $\mathfrak{N}^E_{13,13}$ et $\mathfrak{N}^E_{31,31}$.

Manuscrit reçu le 2 octobre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] LAVAL (J.), *Congrès Solvay*, Rapports et discussions, Stoops, Bruxelles, 1952.
[2] LAVAL (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 1947.
[3] LE CORRE (Y.), *Bull. Soc. franç. Minér. Crist.*, 1954, **77**, 1363 et 1955, **78**, 33.
[4] LE CORRE (Y.), *Bull. Soc. franç. Minér. Crist.*, 1953, **76**, 464.
[5] LE CORRE (Y.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 934.
[6] MEIER (R.) et SCHUSTER (K.), *Ann. Physik*, 1953, **11**, 397.

RÉTRODIFFUSION DES POSITRONS

par Louis DANGUY et Robert QUIVY.
Institut Interuniversitaire des Sciences Nucléaires.
Centre annexé à la Faculté Polytechnique de Mons.

Nous avons étudié expérimentalement la rétrodiffusion des positrons émis par ^{22}Na et ^{65}Zn en fonction de l'épaisseur, du nombre atomique et du poids spécifique du diffuseur.

Les résultats que nous exposons dans cette note montrent que les positrons sont rétrodiffusés suivant les mêmes lois que les électrons négatifs. Le nombre de positrons est cependant notablement inférieur à celui des électrons négatifs rétrodiffusés dans les mêmes conditions [1].

Le dispositif expérimental utilisé est schématisé à la figure 1. La source est un mince dépôt obtenu par

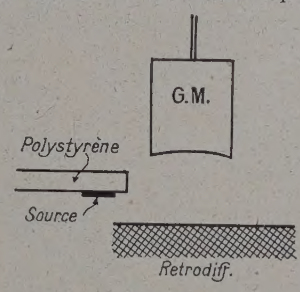


FIG. 1.

évaporation sur une plaquette en polystyrène dont l'épaisseur est supérieure au parcours maximum des positrons émis. Ceux-ci ne peuvent donc pas atteindre directement le tube de Geiger.

Le taux de comptage dû aux positrons s'obtient par différence entre les taux de comptage enregistrés avec et sans rétrodiffuseur. On peut s'assurer que l'on compte bien les positrons en interposant un écran, capable de les arrêter, entre la source et le rétrodiffuseur, car, dans ces conditions, les taux de comptage à vide et avec diffuseur sont identiques.

Influence de l'épaisseur du rétrodiffuseur. — Lorsque l'épaisseur du rétrodiffuseur croît, toutes autres conditions égales d'ailleurs, le nombre de positrons comptés par minute (N) augmente pour atteindre une valeur de saturation (N_s). Celle-ci correspond à un diffuseur d'épaisseur au moins égale à 2/10 du parcours maximum des positrons.

Les résultats obtenus avec ^{22}Na et des rétrodiffuseurs d'aluminium sont reproduits à la figure 2.

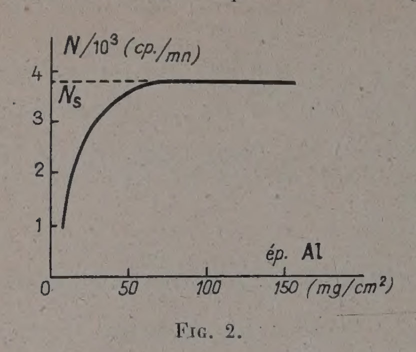


Fig. 2.

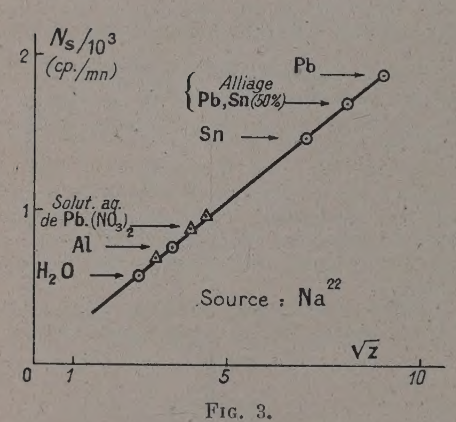


Fig. 3.

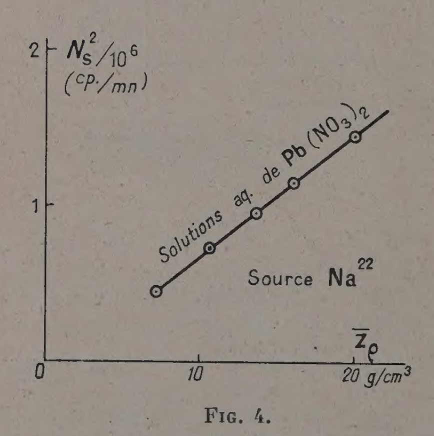


Fig. 4.

Influence du nombre atomique *Z*. — Le nombre de positrons rétrodiffusés par minute, à saturation (N_s), est, en première approximation, une fonction linéaire de la racine carrée du nombre atomique de l'élément diffuseur (*fig.* 3).

Lorsque le diffuseur est un composé chimique, un alliage ou une solution, ce résultat est encore valable, à la condition de leur associer le nombre atomique moyen défini par la formule :

$$\bar{Z} = \Sigma\, p_i\, Z_i, \qquad (\Sigma\, p_i = 1)$$

où les p_i représentent les concentrations en poids des constituants du diffuseur et les Z_i les nombres atomiques de ceux-ci [2].

En plus, dans le cas des solutions, les résultats obtenus montrent que le carré du nombre de positrons rétrodiffusés est une fonction linéaire du produit $\bar{Z}\,.\,\rho$ du nombre atomique moyen de la solution par le poids spécifique de celle-ci (*fig.* 4).

Nous avons déjà signalé ces propriétés dans le cas des électrons négatifs [2].

Manuscrit reçu le 6 octobre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Seliger (H. H.), *Phys. Rev.*, 1950, **78**, 491.
[2] Danguy (L.) et Quivy (R.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 320-325.

UNE MÉTHODE POUR ÉTUDIER CERTAINS PROBLÈMES D'INTERACTION

par Maurice Jessel.
Laboratoire d'Électricité Générale de l'École de Physique et Chimie, Paris.

En raison des difficultés rencontrées par les méthodes classiques [1] dans l'étude des problèmes d'interaction, on propose une méthode un peu différente, dont on donne ici les grandes lignes.

1. **Position du problème.** Considérons l'espace V de la géométrie ordinaire, rempli de n matériaux (m_i) $(i = 1, 2, \ldots n)$ ayant *diffusé* l'un dans l'autre de telle façon que V soit macroscopiquement *continu* du point des propriétés physiques qu'on se propose d'y étudier. Soit V_i le domaine de V où le matériau (m_i) sera resté à l'état pur et homogène, et S la zone de diffusion ou d'inhomogénéité, où deux ou plusieurs matériaux (m_i) coexistent.

On se propose de résoudre, en tout point de V, l'équation

$$\mathcal{O}C = K^0 \qquad (1)$$

où $\mathcal{O}$ est un opérateur supposé connu et C le champ (inconnu) rayonné dans V par la distribution K^0 (donnée) de sources primaires. $\mathcal{O}$ est lié à V par un paramètre $g(P)$, continu et caractérisant l'état macroscopique de V en tout point P de V. Pour fixer les idées, on pourra se ramener à l'équation de Helmholtz scalaire en prenant : $\mathcal{O} = \Delta + k^2$, $C = \varphi$ (scalaire) et $g(P) = k^2(x, y, z)$.

On ne cherchera pas à résoudre (1) directement mais à en ramener la solution à celles, supposées connues (et notées ici $C^i = \mathcal{O}_i^{-1} K^i$) des n équations

$$\mathcal{O}_i\, C^i = K^i \qquad (2)$$

considérées dans des espaces V^i étendus jusqu'à l'infini et supposés remplis chacun du matériau (m_i).

2. **Hypothèses complémentaires.** Des considérations physiques simples, mais sur lesquelles il n'est pas possible de s'étendre ici, conduisent à postuler :

a) L'existence de n opérateurs $s_i(P)$ tels que $s_i(P) = 1$ si P est dans V_i et $s_i(P) = 0$ si P est dans $V_j (j \neq i)$, et doués des deux propriétés :

$$g(P) = \sum_i g_i\, s_i(P) \tag{3}$$

$$\sum_i s_i(P) = 1. \tag{4}$$

b) L'existence de champs et de sources « partiels »

$$C_i(P) = s_i(P)\, C(P) \text{ et } K_i^0(P) = s_i(P)\, K^0(P) \tag{5}$$

c) La propriété, pour $\mathcal{O}$, de se décomposer suivant

$$\mathcal{O}(g, P) = \sum_i \mathcal{O}_i(g_i, P)\, s_i(P). \tag{6}$$

Une conséquence triviale de (5) et de (4) est :

$$C = \sum_i C_i \text{ et } K^0 = \sum_i K_i^0. \tag{7}$$

3. **Les équations fonctionnelles du problème.** D'après (5), (6) et (7), l'équation (1) peut s'écrire

$$\sum_i \mathcal{O}_i\, C_i = \sum_i K_i^0 \tag{8}$$

forme qui prête à séparation, grâce à l'introduction des sources secondaires K_i^d, d'où les n équations

$$\mathcal{O}_i\, C_i = K_i^0 + K_i^d \tag{9}$$

sous la condition générale

$$\sum_i K_i^d = 0. \tag{10}$$

Or nous savons résoudre formellement chaque équation (9), qui est du type (2) :

$$C_i = \mathcal{O}_i^{-1}(K_i^0 + K_i^d) \equiv C_i^0 + \mathcal{O}_i^{-1}\, K_i^d. \tag{11}$$

Reste à déterminer les sources secondaires K_i^d, qui sont liées au champ C par des relations tirées de (9) :

$$K_i^d = (\mathcal{O}_i\, s_i - s_i\, \mathcal{O})\, C \equiv Q_i^d\, C. \tag{12}$$

Combinant les relations ci-dessus, on obtient, pour déterminer les K_i^d (ou directement C), les systèmes d'équations fonctionnelles suivants :

$$K_i^d = Q_i^d \sum_j \mathcal{O}_j^{-1}(K_j^0 + K_j^d) \tag{13}$$

$$s_i\, C = C_i^0 + \mathcal{O}_i^{-1}\, Q_i^d\, C. \tag{14}$$

4. **Applications** (pour $n = 2$) **à l'équation d'Helmholtz.** C'est le cas du dioptre avec couche de transition. On prend $\mathcal{O} = \text{div grad} + k^2(x, y, z)$. s_1 et s_2 sont déterminés par (3) et (4) :

$$k^2 = k_1^2\, s_1 + k_2^2\, s_2, \quad s_1 + s_2 = 1.$$

5. **Avantages de la méthode.** Parmi eux, citons : *a*) la généralité du processus, applicable aux équations de Maxwell et à la plupart des équations des ondes, et qui se laisse étendre, moyennant des modifications appropriées, à d'autres cas, où les hypothèses faites ici ne sont plus admissibles ; *b*) la possibilité, si l'on ne sait pas résoudre rigoureusement les équations fonctionnelles obtenues, d'obtenir, par itération, des approximations raisonnables ; *c*) la disparition d'un certain nombre de difficultés mathématiques liées à la discontinuité et qui viennent compliquer la théorie classique.

Manuscrit reçu le 15 octobre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Vogel (Th.). Physique mathématique classique. A. Colin, Paris, 1956, p. 104 à 107.

ÉTUDE DE SOURCES DE Ra D [1] A L'AIDE D'ÉMULSIONS PHOTOGRAPHIQUES ILFORD E_1

par Marie Ader et Marie-Paule Cabannes.

Une première série d'expositions de plaques, recevant le rayonnement en incidence presque rasante, a été faite dans l'air à une source de Ra D déposée sur argent et mesurant $10\,\mu$ C [1] ; la source est simplement recouverte d'une lame de $10\ \mu$ d'or destinée à arrêter les rayons α du polonium, dont la quantité croît lentement avec le temps. A l'observation, la surface des plaques, irradiées pendant deux jours présente des traces de particules ionisantes, relativement nombreuses, dirigées dans tous les sens, provenant d'une émanation de la source. Ce sont des particules α ; quelques-unes associées forment des

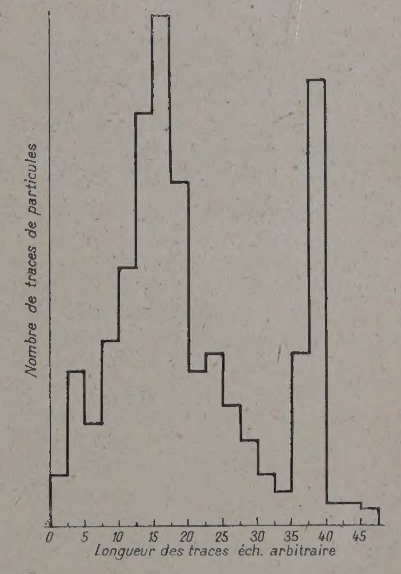


Fig. 1.

étoiles à deux branches. Aucune confusion n'est possible entre ces traces strictement en surface et les traces et étoiles de 3,4 et 5 branches que toutes les émulsions coulées sur verre contiennent dans leur épaisseur. On sait que ces dernières dont le nombre croît avec l'âge de l'émulsion proviennent du thorium présent dans le verre et ne sont jamais très nombreuses.

Une statistique de 1 800 traces isolées : courbe fig (1) montre un premier groupe allant de 20 à 37 ou $38\,\mu$ environ dans l'émulsion, correspondant aux rayons α

[1] Sources préparées à l'Institut du Ra par Mme Quesney et M. P. Conte.

du Ra C, Ra A, Ra C'', Th A, Th C. Une 2e raie correspond aux traces de rayons α du Th C'' : 45 à 48 μ de longueur dans l'émulsion.

Les étoiles à deux branches sont de 4 sortes (fig. 2) : Sur 150 étoiles on trouve :

80 étoiles de Ra A-Ra C'
1 étoiles de Ra A-Ra C

22 étoiles de Th A-Th C
35 étoiles de Th A-Th C'

12 étoiles n'ont pu être classées, mais l'accord semble bon.

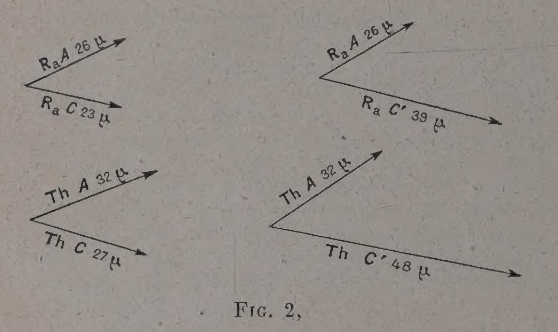


Fig. 2,

Le Ra D est obtenu à partir de vieilles ampoules de radon, ce qui peut expliquer une légère contamination de radium ; mais la quantité de dérivés du thorium surprend tout d'abord. Il semble qu'une explication plausible pourrait être la suivante : On obtient souvent le Ra D [1] « en pulvérisant les vieilles ampoules de Rn et on lave le verre pilé à l'acide chlorhydrique qui dissout presque tout le Ra (D, E, F) avec les impuretés du verre ». Une de ces impuretés est le thorium très soluble dans l'acide chlorhydrique, et il est possible qu'il n'ait pas été éliminé dans les diverses opérations de purification du Ra D.

En reprenant la première exposition, mais ici la source soigneusement placée dans un appareil étanche, on obtient des plaques qui présentent un léger noircissement comme dans le 1er cas mais sans contamination de traces d'émanation. Ce noircissement, dû au rayonnement β du Ra E n'empêche nullement d'apercevoir des traces parfaitement dirigées, provenant de la source et dont la longueur s'entend bien au delà de 100 μ dans l'émulsion.

Ces traces ont les mêmes caractéristiques que les traces de grand parcours déjà signalées [2], émises par les sources de Po-Th-Ac-Ra-Pn-U.

Il semble peu vraisemblable que ces grandes traces soient ici, dues à des effets secondaires des radioéléments α contaminateurs, ou à la faible proportion de rayons α du polonium naissant dans la source. Ceci pourrait être l'indice que ces grandes trajectoires ne sont pas uniquement la propriété des radioéléments α, mais peut-être un argument sûr contre l'hypothèse d'effets secondaires, et en faveur d'une émission spontanée des noyaux des éléments étudiés.

Manuscrit reçu le 16 octobre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Joliot-Curie (Mme), Les radioéléments naturels.
[2] Ader (Marie), *Thèse*, Paris, 1956.